

# BOARD OF SCHOOL EDUCATION HARYANA

## MARKING SCHEME

CLASS: 12<sup>th</sup> (Sr. Secondary)

Practice Paper 2024 – 25

SET – A

गणित

MATHEMATICS

[ Hindi and English Medium ]

(ACADEMIC / OPEN)

- मार्किंग स्कीम में दिए गए हल केवल एक विधि है इसके अतिरिक्त सब विधियां भी बराबर मान्य होंगी यदि वे गणितीय रूप से सही हैं ।
- The solution methods adopted in the marking scheme are suggestive. Different methods are also acceptable if these are mathematically correct.

### Section -A : (1 Mark each)

Question No. प्रश्न क्रमांक	Answer उत्तर	Hints/ Solution संकेत / हल
1.	C	<p>For <math>x, y \in R</math> if <math>x = y</math> then <math>(x)^3 = (y)^3</math>, so <math>f(x) = x^3</math> is one-one.</p> <p>Cube root (preimage) of any negative number does not exist in <math>R</math>, so <math>f(x) = x^3</math> is not onto.</p> <p><math>x, y \in R</math> के लिए यदि <math>x = y</math> तो <math>(x)^3 = (y)^3</math>, अतः <math>f(x) = x^3</math> एकैकी है।</p> <p>किसी भी ऋणात्मक संख्या का घनमूल (पूर्व प्रतिबिम्ब) <math>R</math> में उपलब्ध नहीं है । अतः <math>f(x) = x^3</math> आच्छादक नहीं है ।</p>

2.	$-\frac{\pi}{4}$	माना (Let) $\operatorname{cosec}^{-1}(-\sqrt{2}) = y$ $\operatorname{cosec} y = -\sqrt{2} = -\operatorname{cosec} \frac{\pi}{4} = \operatorname{cosec} \left(-\frac{\pi}{4}\right)$ , $y = \frac{\pi}{4}$
3.	A	No. of elements in $A = 2 \times 2 = 4$ Each of 4 elements can be filled in two possible ways . So, Required number of such possible matrices $= 2^4 = 16$ आव्यूह में A अवयवों की संख्या $= 2 \times 2 = 4$ प्रत्येक 4 अवयवों को दो संभव तरीकों से भरा जा सकता है अतः ऐसी वांछित आव्यूहों की संख्या $= 2^4 = 16$
4.	C	यहां (Here) $ A^{-1}  = \frac{1}{5}$ इसलिए (So) $ A  = \frac{1}{ A^{-1} } = 5$ $ \operatorname{adj} A  =  A ^{n-1}$ , यदि (if) $\operatorname{order}(A) = n$ इसलिए (So) $ \operatorname{adj} A  = 5^2 = 25$
5.	D	शेष सभी सही हैं All other are correct.
6.	1	$y = x - \pi$ $\frac{dy}{dx} = 1$
7.	$\frac{2x \cdot e^{x^2}}{-\sin x}$	$\frac{df}{dg} = \frac{\frac{df}{dx}}{\frac{dg}{dx}} = \frac{2x \cdot e^{x^2}}{-\sin x}$
8.	B	$f(x) = e^{\cos^2 x} \sin^3(2n+1)x$ $f(-x) = e^{\cos^2(-x)} \sin^3(2n+1)(-x)$ $f(-x) = -e^{\cos^2 x} \sin^3(2n+1)x = -f(x)$ So $f(x)$ is an odd function. $\int_{-a}^a \text{odd function } dx = 0$ इसलिए $f(x)$ एक विषम फलन है

		$\int_{-a}^a \text{विषम फलन } dx = 0$
9.	$\tan^{-1}(e^x) + c$	$\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}} = \int \frac{dx}{e^x + \frac{1}{e^x}} = \int \frac{e^x dx}{e^{2x} + 1}$ <p>माना ( Let <math>e^x = t</math>  <math>e^x dx = dt</math></p> $= \int \frac{dt}{t^2 + 1} = \tan^{-1}t = \tan^{-1}(e^x) + c$
10.	B	$\int \frac{1 \cdot dx}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} = \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx$ $\int (\sec^2 x + \operatorname{cosec}^2 x) dx = \tan x - \cot x + c$
11.	A	<p>विशिष्ट हल में कोई स्वेच्छ अचर नहीं होता है    Particular solution has no arbitrary constants.</p>
12.	1	<p>Since the highest power raised to <math>\frac{d^2y}{dx^2}</math> is one.  क्योंकि <math>\frac{d^2y}{dx^2}</math> की घात 1 है  </p>
13.	B	<p>All rest are scalar. शेष सभी अदिश हैं  </p>
14.	B	<p><math>\vec{b}</math> के अनुरूप <math>\vec{a}</math> का सदिश घटक = <math>\left( \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \right) \vec{b}</math></p> <p>Vector component of <math>\vec{a}</math> along <math>\vec{b} = \left( \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \right) \vec{b}</math></p> $= \frac{18}{25} (3\hat{j} + 4\hat{k})$
15.	D	$ \vec{a} + \vec{b} ^2 = 1$ $ \vec{a} ^2 +  \vec{b} ^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ $1 + 1 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ $2\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$

		$\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{-1}{2}$ <p>Where जहाँ <math>\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}  \cdot  \vec{b}  \cdot \cos \theta</math></p> $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 1 \cdot \cos \theta$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \cos \theta = \frac{-1}{2}$ <p>So इसलिए <math>\theta = \frac{2\pi}{3}</math></p>
16.	B	<p>यदि घटनाएं <math>A</math> व <math>B</math> परस्पर स्वतंत्र घटनाएं हैं तो <math>A'</math> व <math>B'</math> भी परस्पर स्वतंत्र घटनाएं होंगी अतः</p> $P(A'B') = P(A')P(B')$ $= [1 - P(A)][1 - P(B)]$ <p>If <math>A</math> and <math>B</math> are independent events then <math>A'</math> and <math>B'</math> will also be independent so :</p> $P(A'B') = P(A')P(B')$ $= [1 - P(A)][1 - P(B)]$
17.	C	$P(A/B) > P(A)$ $\Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} > P(A)$ $\Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} > P(B)$ $\Rightarrow P(B/A) > P(B)$
18.	Not Defined अपरिभाषित	$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ $= \frac{P(A \cap B)}{0}$ <p>= Not defined (अपरिभाषित)</p>
19.	C	A is true but R is false. A सही है परंतु R गलत है

20.	D	A is False since $f$ is not a function but R is true. A गलत है क्योंकि $f$ एक फलन नहीं है परतुं R सही है।
-----	---	---

### खंड - ब

#### SECTION - B

(2×5=10)

21.	<p>R is reflexive, as 2 divides <math>(a - a) \forall a \in Z</math>  If 2 divides <math>(a - b)</math> then 2 divides <math>(b - a) \forall a, b \in Z</math>  So R is symmetric.  If 2 divides <math>(a - b)</math> and 2 divides <math>(b - a)</math>  <math>\forall a, b, c \in Z</math>  Then 2 divides <math>(a - b) + (b - c)</math> i. e. <math>(a - c)</math>.  So R is transitive. Therefore R is an equivalence relation.</p> <p>R स्वतुल्य है क्योंकि समस्त <math>a \in Z</math> के लिए 2, <math>(a - a)</math> को विभाजित करता है।  पुनः यदि समस्त <math>a, b \in Z</math> के लिए 2, <math>(a - b)</math> को विभाजित करता है तो 2, <math>(b - a)</math> को भी विभाजित करेगा। अतः R सममित है।  पुनः यदि समस्त <math>a, b, c \in Z</math> के लिए 2, <math>(a - b)</math> को विभाजित करता है तथा 2, <math>(b - c)</math> को भी विभाजित करता है तो 2, <math>(a - b) + (b - c) = (a - c)</math> को भी विभाजित करेगा। अतः R संक्रामक है। अतः सम्मुच्चय <math>Z</math> में R एक तुल्यता संबध है।</p> <p><b>अथवा (OR)</b></p> <p>Taking <math>x = a \tan\theta</math> लीजिए</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>
-----	--	----------------------------

	$\tan^{-1}\left(\frac{3a^2x - x^3}{a^3 - 3ax^2}\right)$ $= \tan^{-1}\left(\frac{3a^2 \cdot a \tan\theta - a^3 \tan^3\theta}{a^3 - 3a \cdot a^2 \tan^2\theta}\right)$ $= \tan^{-1}\left(\frac{3 \tan\theta - \tan^3\theta}{1 - 3 \tan^2\theta}\right)$ $= \tan^{-1}(\tan 3\theta) = 3\theta = 3 \tan^{-1}x$	<p>1</p> <p><b>1</b></p>
22.	$A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}; 2B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ $A + 2B = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ $(A + 2B)' = \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$	<p>1/2</p> <p>1/2</p> <p>1/2</p> <p>1/2</p>
23.	<p><math>x = 3</math> पर <math>f</math> सतत होगा यदि <math>R.H.L. = L.H.L.</math></p> <p><math>f</math> will be continuous at <math>x = 3</math> if <math>R.H.L. = L.H.L.</math></p> $3a + 1 = 3b + 3$ $3a = 3b + 2$ $\Rightarrow a = b + \frac{2}{3}$	<p>1</p> <p>1</p>
24.	<p>दिया है : (Given that) <math>y - \cos y = x</math></p> $\Rightarrow y' + \sin y \cdot y' = 1$ $\Rightarrow y'(1 + \sin y) = 1$ $\Rightarrow y' = \frac{1}{1 + \sin y}$ <p>Substituting the values of <math>x</math> and <math>y'</math> in the L.H.S. of given differential equation:</p> <p><math>x</math> और <math>y'</math> के मान दिए हुए अवकल समीकरण के वाम पक्ष में रखने पर :</p> $L.H.S. = (y \sin y + \cos y + x) y'$ $\Rightarrow (y \sin y + \cos y + y - \cos y) \frac{1}{1 + \sin y}$ $\Rightarrow y(1 + \sin y) \frac{1}{(1 + \sin y)} = y = R.H.S.$	<p>1</p> <p>1</p>

	<p style="text-align: center;"><b>अथवा (OR)</b></p> $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ $\Rightarrow \frac{dy}{1+y^2} = \frac{dx}{1+x^2}$ $\Rightarrow \int \frac{dy}{1+y^2} = \int \frac{dx}{1+x^2} + c$ $\Rightarrow \tan^{-1}y = \tan^{-1}x + c$	<p style="text-align: center;">1</p> <p style="text-align: center;">1</p>
25.	<p>Let mother (M), father(F), and son (S) line up for the family picture, then the sample space will be :  माना माता(M), पिता(F), एवं पुत्र(S) पारिवारिक चित्र में खड़े हैं तो प्रतिदर्श समष्टि निम्नलिखित होगा:</p> $S = \{MFS, MSF, FMS, FSM, SMF, SFM\}$ $E = \{MFS, FMS, SMF, SFM\}$ $F = \{MFS, SFM\}$ $E \cap F = \{MFS, SFM\}$ $P(E \cap F) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $P(F) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $P(E/F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = 1$	<p style="text-align: center;">1/2</p> <p style="text-align: center;">1/2</p> <p style="text-align: center;">1/2</p> <p style="text-align: center;">1/2</p>

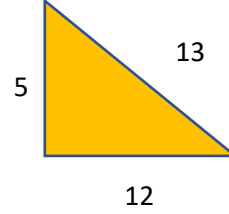
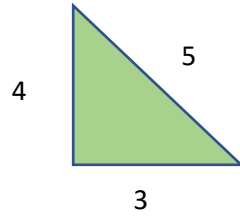
**खंड - स**

**SECTION - C**

**(3×6=18)**

26.	R.H.S= $\sin^{-1} \frac{5}{13} + \cos^{-1} \frac{3}{5}$	
-----	---	--

यहाँ Here  $\sin^{-1} \frac{5}{13} = \tan^{-1} \frac{5}{12}$



और And  $\cos^{-1} \frac{3}{5} = \tan^{-1} \frac{4}{3}$

$$\text{R.H.S} = \tan^{-1} \frac{5}{12} + \tan^{-1} \frac{4}{3}$$

$$= \tan^{-1} \left( \frac{\frac{5}{12} + \frac{4}{3}}{1 - \frac{5}{12} \times \frac{4}{3}} \right)$$

$$= \tan^{-1} \left( \frac{\frac{5+16}{12}}{1 - \frac{5}{9}} \right)$$

$$= \tan^{-1} \left( \frac{21/12}{4/9} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{21}{12} \times \frac{9}{4} \right)$$

$$= \tan^{-1} \frac{63}{16} = \text{L.H.S.}$$

**अथवा (OR)**

दिया है (Given that):

$$f: R \rightarrow \{x \in R: -1 < x < 1\}; f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$$

**सिद्ध करना है:  $f$  एकैकी है**

**(To Prove:  $f$  is one - one)**

**Case 1:  $x \geq 0$**

तब (then)  $|x| = x \Rightarrow f(x) = \frac{1}{1+x}$

माना Let  $a, b \in R; a \geq 0, b \geq 0$  and  $f(a) = f(b)$

$$\Rightarrow \frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b}$$

$$\Rightarrow a + ab = b + ab$$

1

1

1

1/2



	<p style="text-align: center;"><math>\Rightarrow a = b</math></p> <p><b>Case 2: <math>x \leq 0</math></b>  तब (then) <math> x  = -x \Rightarrow f(x) = \frac{1}{1-x}</math>  माना Let <math>a, b \in R ; a \leq 0, b \leq 0</math> and <math>f(a) = f(b)</math></p> $\Rightarrow \frac{a}{1-a} = \frac{b}{1-b}$ $\Rightarrow a - ab = b - ab$ $\Rightarrow a = b$ <p>दोनों स्थितियों में(In both cases):  <math>f(a) = f(b) \Leftrightarrow a = b</math>  <math>\Rightarrow f</math> is one - one. (<math>f</math> एकैकी है )</p> <p><b>सिद्ध करना है: <math>f</math> आच्छादी है</b>  (To Prove : <math>f</math> is onto)</p> <p><b>Case 1: <math>y \leq 0</math></b>  <math>\forall y \in R ; -1 &lt; y &lt; 1 \exists x = \frac{y}{1+y} \in R</math> such that</p> $f\left(\frac{y}{1+y}\right) = \frac{\frac{y}{1+y}}{1 + \left \frac{y}{1+y}\right } = \frac{\frac{y}{1+y}}{1 + \left(\frac{-y}{1+y}\right)} = y \in R$ <p><b>Case 2: <math>y \geq 0</math></b>  <math>\forall y \in R ; -1 &lt; y &lt; 1 \exists x = \frac{y}{1-y} \in R</math> such that</p> $f\left(\frac{y}{1-y}\right) = \frac{\frac{y}{1-y}}{1 - \left \frac{y}{1-y}\right } = \frac{\frac{y}{1-y}}{1 - \left(\frac{y}{1-y}\right)} = y \in R$ <p>दोनों स्थितियों में(In both cases):</p> <p style="text-align: center;"><math>\Rightarrow f</math> is onto. (<math>f</math> आच्छादी है )  <b>So <math>f</math> is a one - one onto function.</b>  अतः <math>f</math> एक एकैकी आच्छादी फलन है</p>	<p><math>\frac{1}{2}</math></p> <p><math>\frac{1}{2}</math></p> <p><math>\frac{1}{2}</math></p> <p><math>\frac{1}{2}</math></p> <p><math>\frac{1}{2}</math></p>
27.	आव्यूह बीजगणित के प्रयोग द्वारा सभी पुस्तकों को बेचने पर प्राप्त कुल धनराशि :	

	<p>The total amount of money that will be received from the sale of all these books can be represented in the form of matrix multiplication as :</p> <p>कुल धनराशि(Total Amount )=<math>12[10 \ 8 \ 10] \begin{bmatrix} 80 \\ 60 \\ 40 \end{bmatrix}</math></p> $= 12[10 \times 80 + 8 \times 60 + 10 \times 40]$ $= 12[800 + 480 + 400]$ $= 12[1680] = 20160 \text{ Rs.}$	<p>1.5</p> <p>0.5</p> <p>1</p>
<p>28.</p>	<p>दिया है (Given that):</p> $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$ $\Rightarrow f'(x) = 12x^3 + 12x^2 - 24x$ $\Rightarrow f'(x) = 12x(x - 1)(x + 2)$ $\Rightarrow f'(x) = 0 \text{ at } x = 0, x = 1, x = -2$ $\Rightarrow f''(x) = 36x^2 + 24x - 24 = 12(3x^2 + 2x - 2)$ $\Rightarrow \begin{cases} f''(0) = -24 < 0 \\ f''(1) = 36 > 0 \\ f''(-2) = 72 > 0 \end{cases}$ <p>So by 2<sup>nd</sup> derivative test :</p> <p>द्वितीय अवकलज परीक्षण द्वारा:</p> <p>स्थानीय उच्चतम बिंदु (Point of local maxima): <math>x = 0</math>  <math>f</math> का स्थानीय उच्चतम मान (Local minimum value) :  <math>f(0) = 12</math>  स्थानीय निम्नतम बिंदु (Points of local minima): <math>x = 1, -2</math>  <math>f</math> का स्थानीय निम्नतम मान (Local maximum value):  <math>f(1) = 7, f(-2) = -20</math></p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>
<p>29.</p>	<p>यहाँ (Here):</p> $f(x) =  x \sin \pi x  = \begin{cases} x \sin \pi x ; -1 \leq x \leq 1 \\ -x \sin \pi x ; 1 \leq x \leq \frac{3}{2} \end{cases}$ <p>अब (Now) :</p>	<p><math>\frac{1}{2}</math></p>

	$\int_{-1}^{\frac{3}{2}}  x \sin \pi x  dx = \int_{-1}^1 x \sin \pi x dx + \int_1^{\frac{3}{2}} -x \sin \pi x dx$ $= \int_{-1}^1 x \sin \pi x dx - \int_1^{\frac{3}{2}} x \sin \pi x dx$ $= \left[ \frac{-x \cos \pi x}{\pi} + \frac{\sin \pi x}{\pi^2} \right]_{-1}^1 - \left[ \frac{-x \cos \pi x}{\pi} + \frac{\sin \pi x}{\pi^2} \right]_1^{\frac{3}{2}}$ $= \frac{2}{\pi} - \left[ -\frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{\pi} \right] = \frac{3}{\pi} + \frac{1}{\pi^2}$	<p>1/2</p> <p>1</p> <p>1</p>
30.	<p>At <math>x = 0</math></p> $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + 4 \tan x}{x} = \frac{0}{0} \text{ form}$ <p>Applying L'Hospital Rule: L'Hospital नियम का प्रयोग करने पर :</p> $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 + 4 \sec^2 x}{1} = 3 + 4 = 7$ <p>So at <math>x = 0</math> for being continuous function should be redefined as: अतः <math>x = 0</math> पर सतत बनाने के लिए फलन <math>f(x)</math> को निम्न प्रकार से पुनर्परिभाषित किया जाना चाहिए :</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{3x + 4 \tan x}{x} & ; x \neq 0 \\ 7 & ; x = 0 \end{cases}$ <p>तब Then <math>\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 7</math> So <math>f</math> is continuous at <math>x = 0</math> अब <math>f</math> अब एक सतत फलन होगा  </p>	<p>1/2</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1/2</p>
31.	<p>यहाँ (Here):</p> $\vec{AB} = (2 - 1)\hat{i} + (6 - 2)\hat{j} + (3 - 7)\hat{k} = \hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k}$	

	$\vec{BC} = (3 - 2)\hat{i} + (10 - 6)\hat{j} + (-1 - 3)\hat{k}$ $= \hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k}$	1
	$\vec{CA} = (3 - 1)\hat{i} + (10 - 2)\hat{j} + (-1 - 7)\hat{k}$ $= 2\hat{i} + 8\hat{j} - 8\hat{k}$	1
	$ \vec{AB}  = \sqrt{1^2 + 4^2 + (-4)^2} = \sqrt{33}$ $ \vec{BC}  = \sqrt{1^2 + 4^2 + (-4)^2} = \sqrt{33}$ $ \vec{CA}  = \sqrt{2^2 + 8^2 + (-8)^2} = \sqrt{33 \times 4} = 2\sqrt{33}$ <p>अब तीनों बिंदु संरेखी होंगे यदि (Now these three points will be collinear if):</p> $ \vec{CA}  =  \vec{AB}  +  \vec{BC} $ $2\sqrt{33} = \sqrt{33} + \sqrt{33} \text{ which is true. (जो कि सत्य है)}$	1

### खंड - द

#### SECTION - D

(5×4=20)

32.	<p>माना तीन संख्याएं (Let the three numbers are) = <math>x, y, z</math>  प्रश्नानुसार ( According to question):</p> $x + y + z = 6$ $y + 3z = 11$ $x + z = 2y \Rightarrow x - 2y + z = 0$ <p>इस निकाय को निम्नलिखित के रूप में लिखा जा सकता है :  This system of equations can be written as:</p> $AX = B, \text{ where जहाँ}$ $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 6 \\ 11 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow  A  = 1(1 + 6) - 1(0 - 3) + 1(0 - 1)$ $\Rightarrow  A  = 7 + 3 - 1 = 9 \neq 0$ <p>अब (Now):</p> $A_{11} = 7, A_{12} = 3, A_{13} = -1$ $A_{21} = -3, A_{22} = 0, A_{23} = 3$ $A_{31} = 2, A_{32} = -3, A_{33} = 1$	<p>1/2</p> <p>1/2</p> <p>1</p>
-----	---	--------------------------------

	$adj A = \begin{bmatrix} 7 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & -3 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ <p>इस प्रकार (Thus):</p> $A^{-1} = \frac{1}{ A } \cdot adj A = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 7 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & -3 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ <p>क्योंकि (Since):</p> $X = A^{-1}B = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 7 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & -3 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 11 \\ 0 \end{bmatrix}$ $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ <p>इस प्रकार (Thus): <math>x = 1, y = 2, z = 3</math></p> <p style="text-align: center;"><b>अथवा (OR)</b></p> <p>इस निकाय को निम्नलिखित के रूप में लिखा जा सकता है : The given system of equations can be written as:</p> $AX = B, \text{ where जहाँ}$ $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & -5 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 3/2 \\ 9 \end{bmatrix}$ $ A  = 34 \neq 0$ $\Rightarrow A^{-1} \text{ exists (उपस्थित होगा)}$ <p>Co-factors of A are :</p> <p>A के सहखंडज :</p> $A_{11} = 13, A_{12} = 5, A_{13} = 3$ $A_{21} = 8, A_{22} = -10, A_{23} = -6$ $A_{31} = 1, A_{32} = 3, A_{33} = -5$ $\Rightarrow adj A = \begin{bmatrix} 13 & 8 & 1 \\ 5 & -10 & 3 \\ 3 & -6 & -5 \end{bmatrix}$	<p style="text-align: center;"><math>\frac{1}{2}</math></p> <p style="text-align: center;">1</p> <p style="text-align: center;"><math>\frac{1}{2}</math></p> <p style="text-align: center;">1</p> <p style="text-align: center;">1</p> <p style="text-align: center;"><math>\frac{1}{2}</math></p>
--	---	--

	$\Rightarrow A^{-1} = \frac{\text{adj } A}{ A } = \frac{1}{34} \begin{bmatrix} 13 & 8 & 1 \\ 5 & -10 & 3 \\ 3 & -6 & -5 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow X = A^{-1}B = \frac{1}{34} \begin{bmatrix} 13 & 8 & 1 \\ 5 & -10 & 3 \\ 3 & -6 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3/2 \\ 9 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow X = \frac{1}{34} \begin{bmatrix} 13 + 12 + 9 \\ 5 - 15 + 27 \\ 3 - 9 - 45 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow X = \frac{1}{34} \begin{bmatrix} 34 \\ 17 \\ -51 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1/2 \\ -3/2 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1/2 \\ -3/2 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow x = 1, y = \frac{1}{2}, z = -\frac{3}{2}$	<p>1/2</p> <p>1</p> <p>1</p>
33(a).	<p>We note that <math>x^3 - x \geq 0</math> on <math>[-1,0]</math> and <math>x^3 - x \leq 0</math> on <math>[0,1]</math> and that <math>x^3 - x \geq 0</math> on <math>[1,2]</math>, So  हम देखते हैं कि <math>[-1,0]</math> पर <math>x^3 - x \geq 0</math> तथा <math>[0,1]</math> पर <math>x^3 - x \leq 0</math> तथा <math>[1,2]</math> पर <math>x^3 - x \geq 0</math> अतः</p> $I = \int_{-1}^2  x^3 - x  dx$ $= \int_{-1}^0 (x^3 - x) dx + \int_0^1 (x - x^3) dx + \int_1^2 (x^3 - x) dx$ $\Rightarrow I = \left[ \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right]_{-1}^0 + \left[ \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right]_0^1 + \left[ \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right]_1^2$	

$$\Rightarrow I = -\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + (4 - 2) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) = \frac{11}{4}$$

33(b).

$$I = \int \sqrt{\frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}} dx$$

माना (Let)  $x = \cos^2 \theta \Rightarrow dx = -2\sin\theta \cos\theta d\theta$

$$I = \int \sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}} (-2\sin\theta \cos\theta) d\theta$$

$\frac{1}{2}$

$$I = -2 \int \sqrt{\frac{2\sin^2 \frac{\theta}{2}}{2\cos^2 \frac{\theta}{2}}} (\sin\theta)(\cos\theta) d\theta$$

$\frac{1}{2}$

$$= -2 \int \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\cos \frac{\theta}{2}} (2\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}) \cos\theta d\theta$$

$$= -4 \int \sin^2 \frac{\theta}{2} \cos\theta d\theta$$

$$= -4 \int \sin^2 \frac{\theta}{2} (2\cos^2 \frac{\theta}{2} - 1) d\theta$$

$\frac{1}{2}$

$$= -8 \int \sin^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} d\theta + 4 \int \sin^2 \frac{\theta}{2} d\theta$$

$$= -2 \int \sin^2 \theta d\theta + 4 \int \sin^2 \frac{\theta}{2} d\theta$$

$\frac{1}{2}$

$$= - \int (1 - \cos 2\theta) d\theta + 2 \int (1 - \cos \theta) d\theta$$

$$I = - \left[ \theta - \frac{\sin 2\theta}{2} \right] + 2[\theta - \sin\theta]$$

$\frac{1}{2}$

$$= \theta + \sin\theta \cos\theta - 2\sin\theta + C$$

$$= \theta + \sin\theta(\cos\theta - 2) + C$$

$$I = \cos^{-1} \sqrt{x} + \sqrt{1 - \cos^2 \theta} (\sqrt{x} - 2) + C$$

$$I = \cos^{-1}\sqrt{x} + \sqrt{1-x}(\sqrt{x}-2) + C$$

1/2

33(a\_)

**अथवा (OR)**

Given ellipse is :

दिया गया दीर्घवृत्त :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

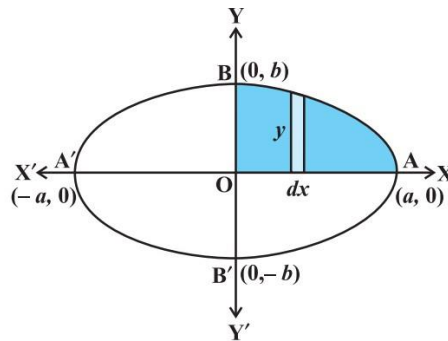
$$\Rightarrow y = \pm b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} = \pm \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$$

1/2

आकृति में (in figure) :

$a = \text{semi major axis}$  (अर्द्ध दीर्घ अक्ष) ,

$b = \text{semi minor axis}$  (अर्द्ध लघु अक्ष)



1/2

Required Area (वांछित क्षेत्रफल) =  $A = 4 \int_0^a y \cdot dx$

1/2

$$A = 4 \int_0^a \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{4b}{a} \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$$

1/2

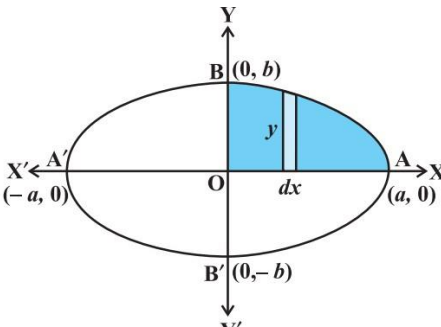
$$\Rightarrow A = \frac{4b}{a} \left[ \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{a} \right]_0^a$$

1/2

$$A = \frac{4b}{a} \left[ \frac{a^2}{2} \times \frac{\pi}{2} \right] = \pi ab \text{ square units.}$$

1/2



33(b)	<p>Given ellipse is :</p> <p>दिया गया दीर्घवृत्त :</p> $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ $\Rightarrow y = \pm 2 \sqrt{1 - \frac{x^2}{9}} = \pm \frac{2}{3} \sqrt{2^2 - x^2}$ <p>आकृति में (in figure) :</p> <p><math>a = \text{semi major axis (अर्द्ध दीर्घ अक्ष)} = \frac{6}{2} = 3,</math></p> <p><math>b = \text{semi minor axis (अर्द्ध लघु अक्ष)} = \frac{4}{2} = 2</math></p>  <p>Required Area (वांछित क्षेत्रफल) = <math>A = 4 \cdot \int_0^3 y \cdot dx</math></p> $A = 4 \int_0^3 \frac{2}{3} \sqrt{3^2 - x^2} dx = \frac{8}{3} \int_0^3 \sqrt{3^2 - x^2} dx$ $\Rightarrow A = \frac{8}{3} \left[ \frac{x}{2} \sqrt{3^2 - x^2} + \frac{3^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{3} \right]_0^3$ $A = \frac{8}{3} \left[ \frac{9}{2} \times \frac{\pi}{2} \right] = 6\pi \text{ square units.}$	<p>1/2</p> <p>1/2</p> <p>1/2</p>
34.	<p>Here (यहाँ):</p> $\vec{r} = (1 - t)\hat{i} + (t - 2)\hat{j} + (3 - 2t)\hat{k}$ $\vec{r} = (s + 1)\hat{i} + (2s - 1)\hat{j} - (2s + 1)\hat{k}$ $\vec{r} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k} + t(-\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k})$ $\vec{r} = \hat{i} - \hat{j} - \hat{k} + s(\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$	1/2

$$\vec{a}_1 = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}, \quad \vec{b}_1 = -\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{a}_2 = \hat{i} - \hat{j} - \hat{k}, \quad \vec{b}_2 = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{a}_2 - \vec{a}_1 = \hat{j} - 4\hat{k}$$

$$\vec{b}_1 \times \vec{b}_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 2\hat{i} - 4\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$S.D. = \frac{|(\vec{b}_1 \times \vec{b}_2) \cdot (\vec{a}_2 - \vec{a}_1)|}{|\vec{b}_1 \times \vec{b}_2|}$$

$$\text{न्यूनतम दूरी (S.D.)} = \frac{|(2\hat{i} - 4\hat{j} - 3\hat{k}) \cdot (\hat{j} - 4\hat{k})|}{|\sqrt{4 + 16 + 9}|}$$

$$S.D. = \frac{8}{|\sqrt{29}|} = \frac{8}{\sqrt{29}} \text{ units}$$

1

1

1

1

1/2

### अथवा (OR)

The vector equation of a line passing through a point with position vector  $\vec{a}$  and parallel to a vector  $\vec{b}$  is given by :

दिए गए बिंदु  $\vec{a}$  से जाने वाली तथा दिए गए सदिश  $\vec{b}$  के समांतर रेखा का समीकरण:

$$\vec{r} = \vec{a} + \lambda\vec{b}$$

Given that (दिया है):

$$\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$$

Direction vectors of given two lines :

दी हुई दोनों रेखाओं के दिक् सदिश:

$$\vec{b}_1 = 3\hat{i} - 16\hat{j} + 7\hat{k}$$

$$\vec{b}_2 = 3\hat{i} + 8\hat{j} - 5\hat{k}$$

$\vec{b}_1 \times \vec{b}_2$  will be perpendicular to both  $\vec{b}_1$  and  $\vec{b}_2$  .

$\vec{b}_1 \times \vec{b}_2$  दोनों  $\vec{b}_1$  और  $\vec{b}_2$  के लम्ब सदिश होगा।

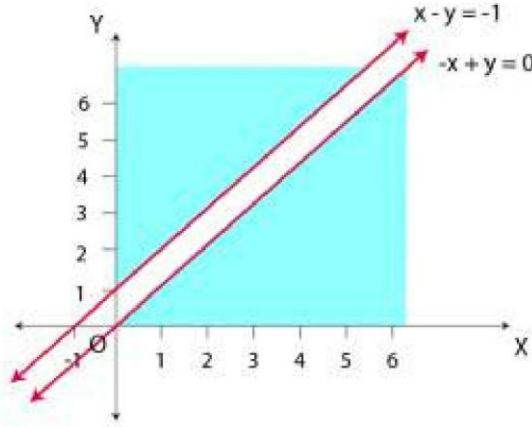
1

1

1

Now (अब) :

	$\vec{b}_1 \times \vec{b}_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & -16 & 7 \\ 3 & 8 & -5 \end{vmatrix} = 24\hat{i} + 36\hat{j} + 72\hat{k} = \vec{b}$ <p>So required line is:  अतः वांछित रेखा का समीकरण:  <math display="block">\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(24\hat{i} + 36\hat{j} + 72\hat{k})</math> Or  <math display="block">\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})</math></p>	<p>1</p> <p>1</p>												
<p>35.</p>	<p>Objective function (उद्देश्य फलन) : <math>Z = x + y</math>  Given constraints are:  दिए गए अवरोध:  <math>x \geq 0, x - y \leq -1, -x + y \leq 0, y \geq 0</math>  Consider the system of lines according to given constraints:  दिए गए अवरोधों के अनुसार रेखिक समीकरणों का निकाय:</p> <p><math>x - y = -1</math></p> <table border="1" data-bbox="613 1115 818 1245"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </table> <p><math>-x + y = 0</math></p> <table border="1" data-bbox="686 1325 891 1455"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-1</td> <td>0</td> </tr> </table>	x	-1	0	y	0	1	x	-1	0	y	-1	0	<p>1</p> <p>1</p>
x	-1	0												
y	0	1												
x	-1	0												
y	-1	0												



Conclusion:

There is no feasible region. So  $Z$  has no maximum value for the given system.

निष्कर्ष : यहां कोई सुसंगत क्षेत्र नहीं है अतः  $Z$  का कोई अधिकतम मान नहीं है।

**अथवा (OR)**

Objective function (उद्देश्य फलन) :

$$Z = -50x + 20y$$

Given constraints are:

दिए गए अवरोध:

$$x \geq 0, 2x - y \geq -5, 3x + y \geq 3, 2x - 3y \leq 12, y \geq 0$$

Consider the system of lines according to given constraints:

दिए गए अवरोधों के अनुसार रैखिक समीकरणों का

निकाय:

$$2x - y = -5$$

x	1	0
y	7	5

$$3x + y = 3$$

x	1	0
y	0	3

2

1

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

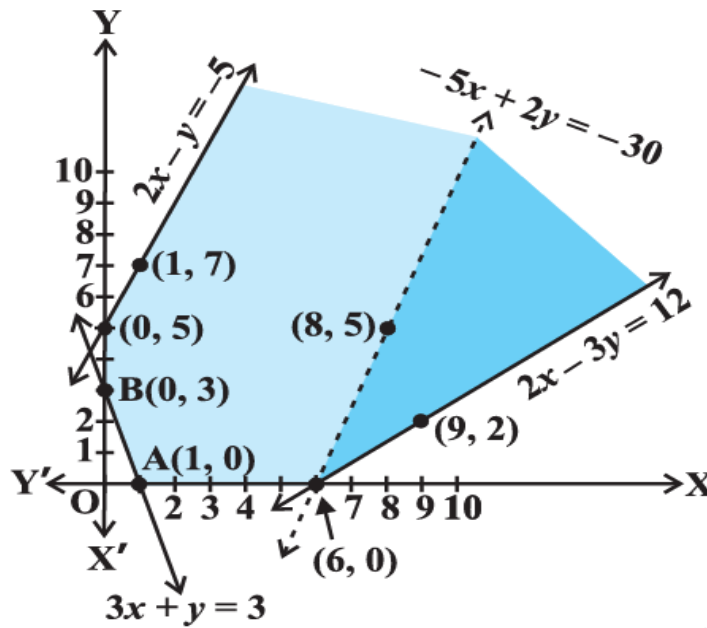
$$2x - 3y = 12$$

x	6	9
y	0	2

1/2

Corner Point (शीर्ष बिंदु)	$Z = -50x + 20y$ Z का मान(Value of Z)
(6,0)	-300(smallest)
(0,5)	100
(0,3)	60
(1,0)	-50

1



1

Since feasible region is unbounded so we have to graph the inequality  $Z < -300$

$$-50x + 20y = -300 \Rightarrow -5x + 2y = -30$$

x	6	9
y	0	2

from which we find that resulting region has points in common with U.F.R.

So  $Z$  has no maximum value.

क्योंकि सुसंगत क्षेत्र असीमित है अतः हमें  $Z < -300$

का आलेख बनाना होगा

$$-50x + 20y = -300 \Rightarrow -5x + 2y = -30$$

x	6	9
y	0	2

जिससे हम ये पाते हैं कि  $Z < -300$  का सुसंगत क्षेत्र में कुछ साँझा क्षेत्र भी है अतः  $Z$  का कोई भी अधिकतम मान नहीं हो सकता ।

1/2

1

खंड - ल

SECTION - E

(4×3=12)

<p>36.</p>	<p>Here (यहां) :</p> <p><b>(a)</b> Depth of tank (टैंक की गहराई)= 2 m = H          Volume of tank (टैंक का आयतन)= 8 m<sup>3</sup>          So area of base of tank(टैंक के आधार का क्षेत्रफल ) = 8/2 = 4 m<sup>2</sup>= LB          Rate of building the base (आधार के निर्माण की दर) = 70 Rs/m<sup>2</sup>          Total cost (कुल कीमत)= 70 × 4 = 280 Rs.</p> <p><b>(b)</b> LB = 4  <math>B = \frac{4}{L}</math>          Area of four walls (चार दीवारों का क्षेत्रफल) = 2H(L+B)  <math>\Rightarrow A = 2 \times 2 \left( L + \frac{4}{L} \right) = 4 \left( L + \frac{4}{L} \right)</math>  <math>\Rightarrow PUT \frac{dA}{dL} = 4 \left( 1 - \frac{4}{L^2} \right) = 0</math>  <math>\Rightarrow L = 2 \Rightarrow B = \frac{4}{2} = 2</math>          Now <math>\frac{d^2A}{dL^2} = \frac{32}{L^3} = 4 &gt; 0</math> at <math>L = 2</math>          So minimum area of 4 walls (अतः चारों दीवारों का न्यूनतम क्षेत्रफल)= 2H(L+B)=16 m<sup>2</sup>          Min Cost of building walls(चार दीवारों के निर्माण की कुल कीमत ) = 16× 45 = 720 Rs.</p> <p><b>(c).</b> Cost of least expensive tank (न्यूनतम लागत से बनी टंकी की कुल लागत)= 280+720=1000 Rs.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>
<p>37.</p>	<p>दिया हुआ समीकरण:          Given equation is :</p> $y = 4x - \frac{1}{2}x^2, x \leq 3$	

<p>(a)</p> <p>(b)</p> <p>(c)</p>	<p>Rate of growth of the plant with respect to no. of days exposed to the sunlight (सूर्य का प्रकाश उपलब्ध होने वाले दिनों के सापेक्ष पौधे की वृद्धि की दर) :</p> $\frac{dy}{dx} = 4 - x$ <p>Here (यहाँ):</p> $\frac{dy}{dx} = 4 - x$ $\frac{d^2y}{dx^2} = -1 < 0$ $\Rightarrow \frac{dy}{dx} \text{ decreases.}$ <p>So Rate of growth of the plant will decrease in the first three days. अतः पहले तीन दिनों में पौधे की वृद्धि की दर घटेगी।</p> <p>Height of plant after two days (दो दिन बाद पौधे की ऊंचाई) :</p> <p>Putting <math>x = 0</math> in given equation (दिए हुए समीकरण में <math>x = 0</math> रखने पर)</p> $y = 4x - \frac{1}{2}x^2 = 4(2) - \frac{1}{2}(2)^2 = 6 \text{ cm}$	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>
<p>38.</p> <p>(a)</p>	<p>Let event <math>E_1 =</math> patient follows yoga and meditation course. <math>E_2 =</math> patient follows prescription of certain drug <math>A =</math> patient suffers from a heart attack.</p> <p>So <math>P(E_1) = P(E_2) = \frac{1}{2}</math>, <math>P(A) = \frac{40}{100}</math></p> <p>Now <math>P\left(\frac{A}{E_1}\right) =</math> Probability of suffering a patient from heart attack after following yoga and meditation.)</p> <p>Then <math>P\left(\frac{A}{E_1}\right)</math></p>	<p>1</p>



	$= \text{Given } 40\% - \text{reduced by } 30\% \text{ of } 40\%$ $= \frac{40}{100} - \frac{30}{100} \times \frac{40}{100} = \frac{28}{100}$	1
(b)	<p>Now <math>P\left(\frac{A}{E_2}\right) = \text{Probability of suffering a patient from heart attack after using drug}</math></p> <p>Then <math>P\left(\frac{A}{E_2}\right)</math></p> $= \text{Given } 40\% - \text{reduced by } 25\% \text{ of } 40\%$ $= \frac{40}{100} - \frac{25}{100} \times \frac{40}{100} = \frac{30}{100}$	1
(c)	<p>Using Bayes' Theorem:</p> <p>Now <math>P\left(\frac{E_1}{A}\right) = \text{Probability of a patient followed yoga and meditation course given that he had a heart attack.}</math></p> $P\left(\frac{E_1}{A}\right) = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{28}{100}}{\frac{1}{2} \times \frac{28}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{30}{100}} = \frac{14}{29}$ <p>माना घटना <math>E_1 =</math> रोगी ने ध्यान और योग को अपनाया  <math>E_2 =</math> रोगी ने दवाई को अपनाया  <math>A =</math> रोगी को दिल का दौरा पड़ना  इसलिए <math>P(E_1) = P(E_2) = \frac{1}{2}</math>, <math>P(A) = \frac{40}{100}</math></p>	2
(a)	<p>अब</p> $P\left(\frac{A}{E_1}\right) = \text{योग और ध्यान को अपनाने के बाद भी दिल के दौरे से ग्रसित होने की प्रायिकता}$ <p>तब <math>P\left(\frac{A}{E_1}\right)</math></p> $= \text{दिया हुआ } 40\% - 40\% \text{ में } 30\% \text{ की कमी}$	

	$= \frac{40}{100} - \frac{30}{100} \times \frac{40}{100} = \frac{28}{100}$	1
(b)	<p>अब</p> $P\left(\frac{A}{E_2}\right) = \text{दवाई को अपनाने के बाद भी दिल के दौरे से ग्रसित होने की प्रायिकता}$ <p>तब <math>P\left(\frac{A}{E_2}\right)</math></p> <p>= दिया हुआ 40% - 40% में 25% की कमी</p> $= \frac{40}{100} - \frac{25}{100} \times \frac{40}{100} = \frac{30}{100}$	1
(c)	<p>बेज प्रमेय का प्रयोग करने पर :</p> <p>अब <math>P\left(\frac{E_1}{A}\right) = \text{योग और ध्यान का उपयोग किए जाने की प्रायिकता}</math></p> <p>जबकि दिया है कि रोगी को दिल का दौरा पड़ा है .</p> $P\left(\frac{E_1}{A}\right) = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{28}{100}}{\frac{1}{2} \times \frac{28}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{30}{100}} = \frac{14}{29}$	2