CLASS : 12th (Sr. Secondary) **Code No. 1232**

Series : SS/Annual Exam.-2024

Roll No. | | | | | | | | | | |

SET : D

GRAPH

गणित

MATHEMATICS

[Hindi and English Medium]

ACADEMIC/OPEN

(Only for Fresh/Re-appear/Improvement/Additional Candidates)

Time allowed : ***3*** *hours]* *[Maximum Marks :* ***80***

- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ* ***24*** *तथा प्रश्न* ***38*** *हैं।*

  Please make sure that the printed pages in this question paper are ***24*** *in number and it contains* ***38*** *questions.*

- *प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिये गये* ***कोड नम्बर*** *तथा* ***सेट*** *को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख्य-पृष्ठ पर लिखें।*

  The ***Code No.*** *and* ***Set*** *on the right side of the question paper should be written by the candidate on the front page of the answer-book.*

- *कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।*

  Before beginning to answer a question, its Serial Number must be written.

- *उत्तर-पुस्तिका के बीच में खाली पन्ना/पन्ने न छोड़ें।*

  Don't leave blank page/pages in your answer-book.

- *उत्तर-पुस्तिका के अतिरिक्त कोई अन्य शीट नहीं मिलेगी। अतः आवश्यकतानुसार ही लिखें और लिखा उत्तर न काटें।*

  Except answer-book, no extra sheet will be given. Write to the point and do not strike the written answer.

- *परीक्षार्थी अपना रोल नं० प्रश्न-पत्र पर अवश्य लिखें। रोल नं० के अतिरिक्त प्रश्न-पत्र पर अन्य कुछ भी न लिखें और वैकल्पिक प्रश्नों के उत्तरों पर किसी प्रकार का निशान न लगाएँ।*

  Candidates must write their Roll No. on the question paper. Except Roll No. do not write anything on question paper and don't make any mark on answers of objective type questions.

- *कृपया प्रश्नों के उत्तर देने से पूर्व यह सुनिश्चित कर लें कि प्रश्न-पत्र पूर्ण व सही है,* ***परीक्षा के उपरान्त इस सम्बन्ध में कोई भी दावा स्वीकार नहीं किया जायेगा।***

  Before answering the questions, ensure that you have been supplied the correct and complete question paper, ***no claim in this regard, will be entertained after examination.***

सामान्य निर्देश :

(i) ***सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।***

(ii) *इस प्रश्न-पत्र में कुल* **38** *प्रश्न हैं, जोकि* ***पाँच*** *खण्डों :* ***'अ', 'ब', 'स', 'द'*** *एवं* ***'य'*** *में बाँटे गए हैं :*

खण्ड 'अ' : *इस खण्ड में प्रश्न संख्या* **1** *से* **20** *तक कुल* ***बीस*** *प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न* 1 *अंक का है।*

खण्ड 'ब' : *इस खण्ड में प्रश्न संख्या* **21** *से* **25** *तक कुल* ***पाँच*** *प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न* 2 *अंकों का है।*

खण्ड 'स' : *इस खण्ड में प्रश्न संख्या* **26** *से* **31** *तक कुल* ***छः*** *प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न* 3 *अंकों का है।*

खण्ड 'द' : *इस खण्ड में प्रश्न संख्या* **32** *से* **35** *तक कुल* ***चार*** *प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न* 5 *अंकों का है।*

खण्ड 'य' : *इस खण्ड में प्रश्न संख्या* **36** *से* **38** *तक कुल* ***तीन*** *प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न* 4 *अंकों का है।*

(iii) *इस प्रश्न-प्रश्न के* ***कुछ*** *प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं। आपको प्रत्येक में से* ***एक*** *विकल्प करना है।*

(iv) *दिये गये ग्राफ पेपर को अपनी उत्तर-पुस्तिका के साथ अवश्य नत्थी कीजिए।*

(v) *ग्राफ पेपर पर अपनी उत्तर-पुस्तिका का क्रमांक अवश्य लिखिए।*

General Instructions :

(i) ***All questions are compulsory.***

(ii) *This question paper consists of* **38** *questions, which are divided into* ***five*** *Sections : '**A**', '**B**', '**C**', '**D**' and '**E**':*

Section 'A' : *It contains* ***twenty*** *questions from* **1** *to* **20**. *Each question carries 1 mark.*

Section 'B' : *It contains* ***five*** *questions from* **21** *to* **25**. *Each question carries 2 marks.*

Section 'C' : *It contains* ***six*** *questions from* **26** *to* **31**. *Each question carries 3 marks.*

Section 'D' : *It contains* ***four*** *questions from* **32** *to* **35**. *Each question carries 5 marks.*

Section 'E' : *It contains* ***three*** *questions from* **36** *to* **38**. *Each question carries 4 marks.*

(iii) *Internal choices are given in* ***some*** *questions of this question-paper. You have to attempt* ***one*** *from each.*

(iv) *You must attach the given graph-paper along with your answer-book.*

(v) *You must write your answer-book Serial No. on the graph-paper.*

खण्ड – अ

SECTION – A

1. वृत्त $x^2 + y^2 = 2$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल बराबर है : 1

(A) 4π वर्ग इकाई

(B) $2\sqrt{2}\pi$ वर्ग इकाई

(C) $4\pi^2$ वर्ग इकाई

(D) 2π वर्ग इकाई

The area enclosed by circle $x^2 + y^2 = 2$ is equal to :

(A) 4π sq. units

(B) $2\sqrt{2}\pi$ sq. units

(C) $4\pi^2$ sq. units

(D) 2π sq. units

2. अवकल समीकरण $\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^2 = \frac{d^2y}{dx^2}$ के क्रमशः कोटि और घात हैं : 1

(A) 1, 2 (B) 2, 2

(C) 2, 1 (D) 4, 2

The order and degree of the differential equation $\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^2 = \frac{d^2y}{dx^2}$ respectively are :

(A) 1, 2 (B) 2, 2

(C) 2, 1 (D) 4, 2

3. अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx} - y = \sin x$ का समाकलन गुणक (I.F.) .... है। 1

Integrating factor of the differential equation $x\frac{dy}{dx} - y = \sin x$ is ....

4. मान लीजिए सदिश $\vec{a}$ और $\vec{b}$ इस प्रकार हैं कि $|\vec{a}| = 3$ और $|\vec{b}| = \frac{\sqrt{2}}{3}$, तब $\vec{a} \times \vec{b}$ एक मात्रक सदिश है, यदि $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के बीच का कोण है : 1

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

Let the vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ such that $|\vec{a}| = 3$ and $|\vec{b}| = \frac{\sqrt{2}}{3}$, then $\vec{a} \times \vec{b}$ is a unit vector, if angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is :

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

5. यदि सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ लांबिक (orthogonal) हो, तो λ का मान है ……………। 1

If the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ are orthogonal, then the value of λ is ………….. .

6. आकाश (स्पेस) में x-अक्ष का समीकरण हैं : 1

(A) $x = 0, y = 0$

(B) $x = 0, z = 0$

(C) $x = 0$

(D) $y = 0, z = 0$

The equations of x-axis in space are :

(A) $x = 0, y = 0$

(B) $x = 0, z = 0$

(C) $x = 0$

(D) $y = 0, z = 0$

7. यदि पासों का एक जोड़ा उछाला जाता है, तो प्रत्येक पासे पर सम अभाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता .... है। 1

The probability of obtaining an even prime number on each die, when a pair of dice is rolled is ....

8. एक थैले में 5 लाल तथा 3 नीली गेंदें हैं। यदि 3 गेंदें यादृच्छया बिना प्रतिस्थापन के निकाली जाती हैं, तो तथ्यतः एक लाल रंग की गेंद के निकालने की प्रायिकता .... है। 1

A bag contains 5 red and 3 blue balls. If 3 balls are drawn at random without replacement, the probability of getting exactly one red ball is ....

9. ताश के 52 पत्तों की भली-भाँति फेंटी हुई किसी गड्डी से दो पत्ते प्रतिस्थापन सहित निकाले जाते हैं। दोनों पत्तों के 'रानी' होने की प्रायिकता है ....। 1

Two cards are drawn from well shuffled deck of 52 playing cards with replacement. The probability, that both cards are queens is ....

10. मान लीजिए कि N प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है तथा $f : N \to N, f(n) = 2n + 3 \ \forall \ n \in N$ द्वारा परिभाषित एक फलन है, तो f है : 1

(A) आच्छादी (B) एकैक

(C) एकैकी आच्छादी (D) इनमें से कोई नहीं

Let N be the set of natural numbers and the function $f : N \to N$ be defined by $f(n) = 2n + 3 \ \forall \ n \in N$, then f is :

(A) Surjective (B) Injective

(C) Bijective (D) None of these

11. $\sin^{-1} 2x$ का प्रांत है : 1

(A) [0, 1] (B) [–1, 1]

(C) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ (D) [–2, 2]

The domain of $\sin^{-1} 2x$ is :

(A) [0, 1] (B) [–1, 1]

(C) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ (D) [–2, 2]

12. कोटि 3×3 के सभी सम्भव आव्यूहों की संख्या, जिनकी प्रत्येक प्रविष्टि 2 या 0 हो, होगी : 1

(A) 9 (B) 27

(C) 81 (D) 512

Total numbers of possible matrices of order 3×3 with each entry 2 or 0, are :

(A) 9 (B) 27

(C) 81 (D) 512

13. यदि $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$ हो, तो x बराबर है : 1

(A) 6 (B) ± 6

(C) -6 (D) 0

If $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$, then x is equal to :

(A) 6 (B) ± 6

(C) -6 (D) 0

14. यदि A, 3×3 कोटि का व्युत्क्रमणीय वर्ग आव्यूह है, तो |adj. A| का मान है ....। 1

Let A be a non-singular square matrix of order 3×3. Then |adj. A| is equal to ....

15. x के सापेक्ष $\sin(\log x)$ का अवकलज है : 1

(A) $\dfrac{\cos(\log x)}{x^2}$

(B) $\cos(\log x)$

(C) $\dfrac{\cos(\log x)}{x}$

(D) इनमें से कोई नहीं

The derivative of $\sin(\log x)$ w. r. t. x is :

(A) $\frac{\cos(\log x)}{x^2}$

(B) $\cos(\log x)$

(C) $\frac{\cos(\log x)}{x}$

(D) None of these

16. $\cos x$ के सापेक्ष $\sin x$ का अवकलज .... है। 1

The derivative of $\sin x$ w. r. t. $\cos x$ is ....

17. $\int e^x \sec x(1+\tan x)dx$ बराबर है : 1

(A) $e^x \cos x + c$

(B) $e^x \sec x + c$

(C) $e^x \sin x + c$

(D) $e^x \tan x + c$

$\int e^x \sec x(1+\tan x)dx$ is equal to :

(A) $e^x \cos x + c$

(B) $e^x \sec x + c$

(C) $e^x \sin x + c$

(D) $e^x \tan x + c$

18. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^5 x \, dx$ का मान बराबर है ....। 1

The value of $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^5 x \, dx$ is equal to ....

अभिकथन एवं कारण आधारित प्रश्न :

निम्नलिखित प्रश्नों (**19** *व* **20**) *में* ***दो*** *कथन हैं :* ***अभिकथन (A)*** *और* ***कारण (R)****, प्रश्न के नीचे दिए गए उपयुक्त विकल्प का चयन करते हुए उत्तर दें :*

Assertion-Reason Based Questions :

*In the following questions (***19** *&* **20***) there are* ***two*** *statements :* ***Assertion (A)*** *and* ***Reason (R)****, answer the question by choosing the appropriate option given below :*

19. ***अभिकथन (A) :*** सरल रेखाओं $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{5}=\frac{z+3}{4}$ तथा $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{-3}$ के बीच का कोण 90° है। 1

कारण (R) : विषमतलीय रेखाएँ विभिन्न तलों में स्थित रेखाएँ होती हैं जो समान्तर और प्रतिच्छेदी होती हैं।

(A) अभिकथन (A) एवं कारण (R) दोनों सही हैं तथा कारण (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या है।

(B) अभिकथन (A) एवं कारण (R) दोनों सही हैं तथा कारण (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।

(C) अभिकथन (A) सही है, किन्तु कारण (R) गलत है।

(D) अभिकथन (A) गलत है, किन्तु कारण (R) सही है।

Assertion (A) : The angle between the straight lines $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{5}=\frac{z+3}{4}$ and $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{-3}$ is 90°.

Reason (R) : Skew lines are lines in different planes which are parallel and intersecting.

(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is not the correct explanation of Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

20. ***अभिकथन (A) :*** समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ पर परिभाषित संबंध $R = \{(a, b); |a - b| < 2\}$ स्वतुल्य (reflexive) है। 1

कारण (R) : किसी समुच्चय A पर परिभाषित संबंध R स्वतुल्य (reflexive) कहलाता है, यदि $(a, b) \in R$ तथा $(b, c) \in R$ से $(a, c) \in R$ प्राप्त हो।

(A) अभिकथन (A) एवं कारण (R) दोनों सही हैं तथा कारण (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या है।

(B) अभिकथन (A) एवं कारण (R) दोनों सही हैं तथा कारण (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।

(C) अभिकथन (A) सही है, किन्तु कारण (R) गलत है।

(D) अभिकथन (A) गलत है, किन्तु कारण (R) सही है।

Assertion (A) : A relation $R = \{(a, b); |a - b| < 2\}$ defined on the set $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ is reflexive.

Reason (R) : A relation R on the set A is said to be reflexive if for $(a, b) \in R$ and $(b, c) \in R$, we have $(a, c) \in R$.

(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is not the correct explanation of Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

खण्ड – ब

SECTION – B

21. सत्यापित कीजिए कि फलन $xy = \log y + c$ अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{1-xy}, (xy \neq 1)$ का हल है। 2

Verify that the function $xy = \log y + c$ is a solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{1-xy}, (xy \neq 1)$.

अथवा

OR

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = (1+x^2)(1+y^2)$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Find the general solution of differential equation $\frac{dy}{dx} = (1+x^2)(1+y^2)$.

22. $P(A \cup B)$ ज्ञात कीजिए, यदि $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$ और $P(A/B) = \frac{2}{5}$। 2

Evaluate $P(A \cup B)$, if $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$ and $P(A/B) = \frac{2}{5}$.

23. मान लीजिए कि $f : R \to R$, $f(x) = \sin x$ तथा $g : R \to R$, $g(x) = x^2$ द्वारा परिभाषित है, तो fog तथा gof ज्ञात कीजिए। दिखाइए कि : 2

$$fog \neq gof$$

Let $f : R \rightarrow R$ be defined by $f(x) = \sin x$ and $g : R \rightarrow R$ be defined by $g(x) = x^2$, then find fog and gof. Show that :

$$fog \neq gof$$

अथवा

OR

मान ज्ञात कीजिए :

$$\cos^{-1}\frac{1}{2} + 2\sin^{-1}\frac{1}{2}$$

Find the value of :

$$\cos^{-1}\frac{1}{2} + 2\sin^{-1}\frac{1}{2}$$

24. यदि $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ हो, तो सत्यापित कीजिए कि : 2

$$A'A = I$$

If $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$, then verify that :

$$A'A = I$$

25. x के सापेक्ष अवकलन कीजिए : 2

$$\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}\right),\ \frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$$

Differentiate w. r. t. x :

$$\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}\right),\ \frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$$

खण्ड – स

SECTION – C

26. K का मान ज्ञात कीजिए, ताकि प्रदत्त फलन $f(x)=\begin{cases}\dfrac{K\cos x}{\pi-2x}, & \text{यदि } x\neq\dfrac{\pi}{2}\\ 3, & \text{यदि } x=\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$

बिन्दु $x=\dfrac{\pi}{2}$ पर संतत है। 3

Find the value of K, so that the function $f(x)=\begin{cases}\dfrac{K\cos x}{\pi-2x}, & \text{if } x\neq\dfrac{\pi}{2}\\ 3, & \text{if } x=\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$

is continuous at $x=\dfrac{\pi}{2}$.

27. समाकलन कीजिए : 3

$$\int\frac{\sqrt{\tan x}}{\sin x\,.\cos x}\,dx$$

Integrate :

$$\int\frac{\sqrt{\tan x}}{\sin x\,.\cos x}\,dx$$

अथवा

OR

समाकलन कीजिए :

$$\int \frac{1}{x(x^4-1)}\,dx$$

Integrate :

$$\int \frac{1}{x(x^4-1)}\,dx$$

28. λ और μ ज्ञात कीजिए, यदि $(2\hat{i}+6\hat{j}+27\hat{k})\times(\hat{i}+\lambda\hat{j}+\mu\hat{k})=\vec{0}$ । 3

Find λ and μ, if $(2\hat{i}+6\hat{j}+27\hat{k})\times(\hat{i}+\lambda\hat{j}+\mu\hat{k})=\vec{0}$.

29. एक स्थिर झील में एक पत्थर डाला जाता है और तरंगें वृत्तों में 4 cm/s की गति से चलती हैं। जब वृत्ताकार तरंग की त्रिज्या 13 cm है, तो उस क्षण, घिरा हुआ क्षेत्रफल कितनी तेजी से बढ़ रहा है ? 3

A stone is dropped into a quiet lake and waves move in circles at a speed of 4 cm per second. At the instant, when the radius of the circular wave is 13 cm, how fast is the enclosed area increasing ?

30. सिद्ध कीजिए कि समस्त त्रिभुजों के समुच्चय A में, $R = \{(T_1, T_2)$; T_1 समरूप है T_2 के$\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R एक तुल्यता संबंध है। 3

Show that the relation R defined in the set A of all triangles as $R = \{(T_1, T_2)$; T_1 is similar to $T_2\}$, is equivalence relation.

अथवा

OR

निम्नलिखित फलन को सरलतम रूप में लिखिए :

$$\tan^{-1}\left(\frac{3a^2x - x^3}{a^3 - 3ax^2}\right), a > 0; \frac{-a}{\sqrt{3}} < x < \frac{a}{\sqrt{3}}$$

Write the following function in simplest form :

$$\tan^{-1}\left(\frac{3a^2x - x^3}{a^3 - 3ax^2}\right), a > 0; \frac{-a}{\sqrt{3}} < x < \frac{a}{\sqrt{3}}$$

31. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ और $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, जोकि $A^2 = KA - 2I$ है, तो K का मान ज्ञात कीजिए। 3

If $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ and $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, find K, so that $A^2 = KA - 2I$.

खण्ड – द
SECTION – D

32. दीर्घवृत्त $9x^2 + 4y^2 = 36$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5

Find the area of the region bounded by the ellipse $9x^2 + 4y^2 = 36$.

अथवा

OR

निम्नलिखित निश्चित समाकलन का मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan x)\, dx$$

Evaluate the following definite integral :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan x)\, dx$$

33. रेखाएँ, जिनके सदिश समीकरण निम्नलिखित हैं, के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए : 5

$$\vec{r} = (1 - t)\hat{i} + (t - 2)\hat{j} + (3 - 2t)\hat{k}$$

और $\vec{r} = (s + 1)\hat{i} + (2s - 1)\hat{j} - (2s + 1)\hat{k}$

Find the shortest distance between the lines whose vector equations are :

$$\vec{r} = (1 - t)\hat{i} + (t - 2)\hat{j} + (3 - 2t)\hat{k}$$

and $\vec{r} = (s + 1)\hat{i} + (2s - 1)\hat{j} - (2s + 1)\hat{k}$

अथवा

OR

रेखाएँ, जिनके सदिश समीकरण निम्नलिखित हैं, के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए :

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$$

और $\vec{r} = 4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$

Find the shortest distance between the lines whose vector equations are :

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$$

and $\vec{r} = 4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$

34. निम्नलिखित रैखिक समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए : 5

$$2x + y + z = 1;$$
$$x - 2y - z = \frac{3}{2};$$
$$3y - 5z = 9$$

Solve the following system of linear equations, using matrix method :

$$2x + y + z = 1;$$
$$x - 2y - z = \frac{3}{2};$$
$$3y - 5z = 9$$

35. निम्न अवरोधों के अन्तर्गत $z = 5x + 10y$ का न्यूनतमीकरण तथा अधिकतमीकरण कीजिए : 5

$$x + 2y \le 120,\ x + y \ge 60,\ x - 2y \ge 0,\ x \ge 0,\ y \ge 0$$

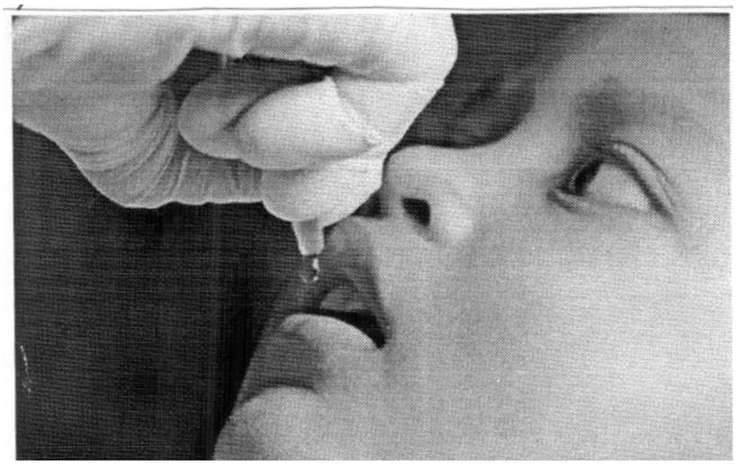
Minimize and maximize $z = 5x + 10y$ subject to constraints :

$$x + 2y \le 120,\ x + y \ge 60,\ x - 2y \ge 0,\ x \ge 0,\ y \ge 0$$

खण्ड – य

SECTION – E

36. एक जिले में 50 K बच्चों को पोलियो ड्रॉप्स पिलाई जाती है। पोलियो ड्रॉप्स देने की दर उन बच्चों की संख्या के समानुपाती है जिन्हें ड्रॉप्स नहीं पिलाई गई है। दूसरे सप्ताह के अंत तक आधे बच्चों को पोलियो की खुराक दी जा चुकी है। तीसरे सप्ताह के अंत तक कितनों को ड्रॉप्स दी गई होगी, इसका अनुमान अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \lambda(50 - y)$ के हल से लगाया जा सकता है, जहाँ x सप्ताहों की संख्या को दर्शाता है और y उन बच्चों की संख्या को दर्शाता है जिन्हें ड्रॉप्स दी गई है।



उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) उपरोक्त अवकल समीकरण की कोटि ज्ञात कीजिए। 1

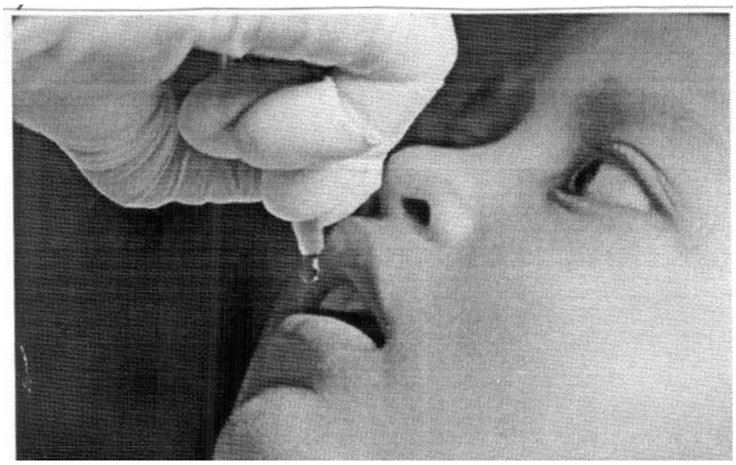
(ii) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \lambda(50 - y)$ को हल करने के लिए किस विधि का उपयोग किया जा सकता है ? 1

(iii) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \lambda(50 - y)$ को हल कीजिए। 2

अथवा

यदि $\lambda = 0.049$ तथा $y(0) = 0$, तो अवकल समीकरण का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए। 2

Polio drops are delivered to 50 K children in a district. The rate at which polio drops are given is directly proportional to the number of children who have not been administered the drops. By the end of 2nd week, half the children have been given the polio drops. How many will have been given the drops by the end of 3rd week can be estimated using the solution to the differential equation $\frac{dy}{dx} = \lambda(50 - y)$, where x denotes the number of weeks and the y number of children who have been given the drops.



Based on the above information, answer the following questions :

(i) State the order of the above differential equation.

(ii) Which method of solving a differential equation can be used to solve $\frac{dy}{dx} = \lambda(50 - y)$?

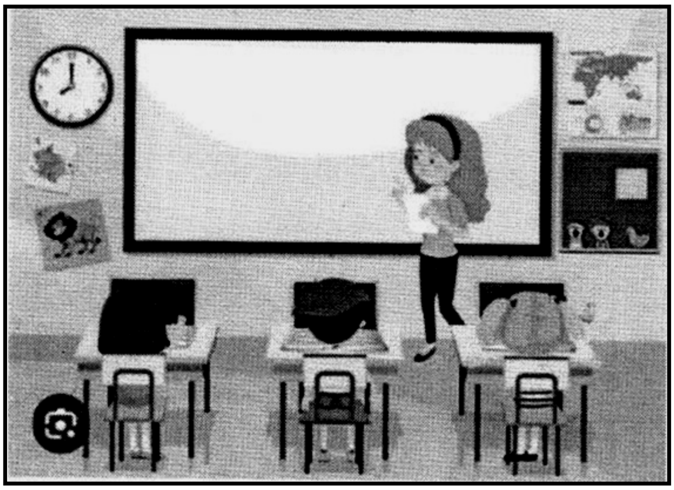
(iii) Solve the differential equation :

$$\frac{dy}{dx} = \lambda(50 - y)$$

OR

If $\lambda = 0.049$ and $y(0) = 0$, then find the particular solution of differential equation.

37. एक स्कूल में शिक्षक 3 छात्रों रवि, मोहित और सोनिया से एक प्रश्न पूछते हैं। रवि, मोहित और सोनिया के प्रश्न हल करने की प्रायिकता क्रमशः 30%, 25% और 45% है। रवि, मोहित और सोनिया द्वारा त्रुटि करने की प्रायिकता क्रमशः 1%, 1.2% और 2% है।

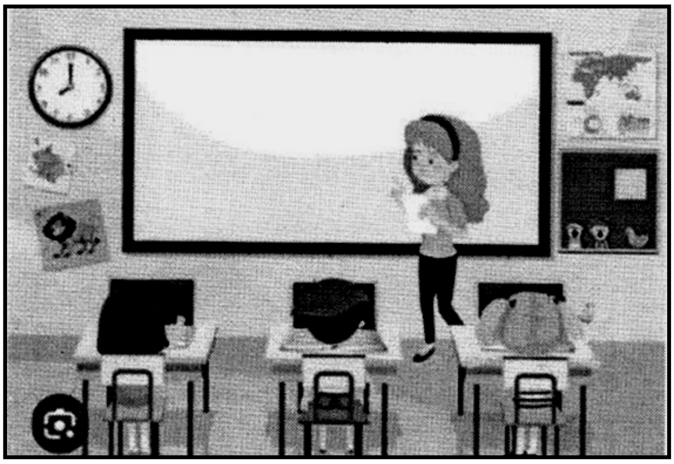


उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) प्रश्न को हल करने में त्रुटि होने की कुल प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

(ii) यदि प्रश्न का हल शिक्षक द्वारा जाँचा गया है और उसमें कुछ त्रुटि है, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि प्रश्न रवि द्वारा हल नहीं किया गया है। 2

In a school, teacher asks a question to three students Ravi, Mohit and Sonia. The probability of solving the question by Ravi, Mohit and Sonia are 30%, 25% and 45% respectively. The probability of making error by Ravi, Mohit and Sonia are 1%, 1.2% and 2% respectively.

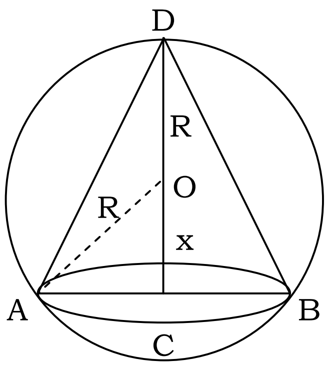


Based on the above information, answer the following questions :

(i) Find the total probability of committing an error in solving the question.

(ii) If the solution of question is checked by teacher and has some error, then find the probability that the question is not solved by Ravi.

38. माना त्रिज्या R वाले एक गोले के अन्तर्गत एक शंकु है। शंकु की ऊँचाई तथा त्रिज्या क्रमशः h तथा r हैं।



उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) r और R के बीच संबंध x के पदों में लिखें। 1

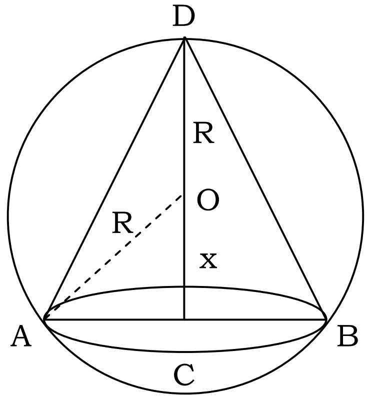
(ii) शंकु का आयतन V को R और x के पदों में लिखें। 1

(iii) दिखाइए कि $x = \frac{R}{3}$ पर शंकु का आयतन अधिकतम है। 2

अथवा

यदि $x = \frac{R}{3}$ पर शंकु का आयतन V अधिकतम है, तो V का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए। जब शंकु का आयतन अधिकतम है, तब शंकु के आयतन तथा गोले के आयतन का अनुपात ज्ञात कीजिए। 2

Let a cone is inscribed in a sphere of radius R. The height and radius of cone are h and r respectively.



On the basis of above information, answer the following questions :

(i) Write the relation between r and R in terms of x.

(ii) Write the volume V of the cone in terms of R and x.

(iii) Show that volume V of the cone is maximum, when $x = \frac{R}{3}$.

OR

If volume V of the cone is maximum at $x = \frac{R}{3}$, then find the maximum value of V and find the ratio of volume of cone and volume of sphere, when volume of cone is maximum.