

CLASS : 12th Sr. Sec. (Academic) Code No. 3031

Series : SS-M/2016

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

SET : C

गणित

MATHEMATICS

[Hindi and English Medium]

ACADEMIC

2nd SEMESTER

(Only for Fresh/Re-appear Candidates)

Evening Session

Time allowed : 2½ hours] [Maximum Marks : 80

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 16 तथा प्रश्न 20 हैं।

Please make sure that the printed pages in this question paper are 16 in number and it contains 20 questions.

- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिये गये कोड नम्बर तथा सेट को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख्य-पृष्ठ पर लिखें।

The Code No. and Set on the right side of the question paper should be written by the candidate on the front page of the answer-book.

- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।

Before beginning to answer a question, its Serial Number must be written.

3031/ (Set : C)

P. T. O.

(2) 3031/ (Set : C)

- उत्तर-पुस्तिका के बीच में खाली पन्ना/पन्ने न छोड़ें।
Don't leave blank page / pages in your answer-book.
- उत्तर-पुस्तिका के अतिरिक्त कोई अन्य शीट नहीं मिलेगी। अतः आवश्यकतानुसार ही लिखें और लिखा उत्तर न काटें।
Except answer-book, no extra sheet will be given. Write to the point and do not strike the written answer.
- परीक्षार्थी अपना रोल नं० प्रश्न-पत्र पर अवश्य लिखें।
Candidates must write their Roll Number on the question paper.
- कृपया प्रश्नों का उत्तर देने से पूर्व यह सुनिश्चित कर लें कि प्रश्न-पत्र पूर्ण व सही है, परीक्षा के उपरान्त इस सम्बन्ध में कोई भी दावा स्वीकार नहीं किया जायेगा।
*Before answering the question, ensure that you have been supplied the correct and complete question paper, **no claim in this regard, will be entertained after examination.***

सामान्य निर्देश :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में 20 प्रश्न हैं, जो चार खण्डों – अ, ब, स और द में बँटे हुए हैं :
- खण्ड 'अ' :** इस खण्ड में एक प्रश्न है जो वस्तुनिष्ठ प्रकार के 16 (i-xvi) भागों में है। प्रत्येक भाग 1 अंक का है।
- खण्ड 'ब' :** इस खण्ड में 10 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

3031/ (Set : C)

(3) **3031/ (Set : C)**

खण्ड 'स' : इस खण्ड में **5** प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।

खण्ड 'द' : इस खण्ड में **4** प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।

(ii) **सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।**

(iii) प्रश्न-पत्र में कोई समग्र व्यापक विकल्प नहीं है, फिर भी 6 अंकों वाले एक प्रश्न में आन्तरिक विकल्प दिया गया है।

(iv) दिये गये ग्राफ-पेपर को अपनी उत्तर-पुस्तिका के साथ अवश्य नत्थी करें।

(v) कैल्क्युलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

General Instructions :

(i) *This question paper consists of **20** questions which divided into **four** Sections : **A, B, C** and **D** :*

Section 'A' : *This Section consists of **one** question which has **16** (i-xvi) parts of objective type. Each part carries 1 mark.*

Section 'B' : *This Section consists of **10** questions. Each question carries 2 marks.*

Section 'C' : *This Section consists of **5** questions. Each question carries 4 marks.*

Section 'D' : *This Section consists of **4** questions. Each question carries 6 marks.*

3031/ (Set : C)

P. T. O.

(4) 3031/ (Set : C)

- (ii) **All questions are compulsory.**
- (iii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in **one** question of 6 marks.*
- (iv) *You must attach the given graph-paper along with your answer-book.*
- (v) *Use of calculator is not permitted.*

खण्ड 'अ'

SECTION 'A'

1. (i) हवा के एक बुलबुले की त्रिज्या $\frac{1}{2}$ cm/sec की दर से बढ़ रही है। जबकि त्रिज्या 3 cm है तो बुलबुले के आयतन की बढ़ने की दर है : 1

- (A) $9\pi \text{ cm}^3 / \text{sec}$ (B) $18\pi \text{ cm}^3 / \text{sec}$
(C) $16\pi \text{ cm}^3 / \text{sec}$ (D) इनमें से कोई नहीं

The radius of an air bubble is increasing at the rate of $\frac{1}{2}$ cm per second. The volume of the bubble increasing at the rate when radius 3 cm is :

- (A) $9\pi \text{ cm}^3 / \text{sec}$ (B) $18\pi \text{ cm}^3 / \text{sec}$
(C) $16\pi \text{ cm}^3 / \text{sec}$ (D) None of these

3031/ (Set : C)

(5) **3031/ (Set : C)**

(ii) $x = 0$ पर वक्र $y = 2x^2 + 3 \sin x$ की स्पर्श रेखा की प्रवणता है : 1

- (A) 3 (B) - 3
(C) 4 (D) इनमें से कोई नहीं

The slope of tangent of the curve $y = 2x^2 + 3 \sin x$ at $x = 0$ is :

- (A) 3 (B) - 3
(C) 4 (D) None of these

(iii) फलन $f(x) = 2x^2 - 3x$ निरन्तर वर्धमान के लिए अन्तराल है : 1

- (A) $\left(\frac{1}{4}, \infty\right)$ (B) $\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$
(C) $\left(\frac{3}{4}, \infty\right)$ (D) इनमें से कोई नहीं

The interval in which the function $f(x) = 2x^2 - 3x$ strictly increasing is :

- (A) $\left(\frac{1}{4}, \infty\right)$ (B) $\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$
(C) $\left(\frac{3}{4}, \infty\right)$ (D) None of these

(iv) फलन $f(x) = x^2 - x$, $[0, 2]$ पर निरपेक्ष उच्चतम मान है : 1

- (A) 0 (B) 2
(C) - 2 (D) इनमें से कोई नहीं

3031/ (Set : C)

P. T. O.

(6) **3031/ (Set : C)**

The absolute maximum value of the function $f(x) = x^2 - x$, on $[0, 2]$ is :

- (A) 0 (B) 2
(C) -2 (D) None of these

(v) $\int \tan(3-2x) \sec(3-2x) dx$ का मान है : 1

- (A) $-2 \sec(3-2x) + c$
(B) $2 \tan(3-2x) + c$
(C) $-\frac{1}{2} \sec(3-2x) + c$
(D) इनमें से कोई नहीं

The value of $\int \tan(3-2x) \sec(3-2x) dx$ is :

- (A) $-2 \sec(3-2x) + c$
(B) $2 \tan(3-2x) + c$
(C) $-\frac{1}{2} \sec(3-2x) + c$
(D) None of these

(vi) $\int \frac{dx}{4+9x^2}$ का मान है : 1

- (A) $\frac{2}{3} \tan^{-1}\left(\frac{3x}{2}\right) + c$
(B) $\frac{1}{6} \tan^{-1}\left(\frac{3x}{2}\right) + c$
(C) $\frac{3}{2} \tan^{-1}\left(\frac{3x}{2}\right) + c$
(D) इनमें से कोई नहीं

3031/ (Set : C)

(7) 3031/ (Set : C)

The value of $\int \frac{dx}{4+9x^2}$ is :

- (A) $\frac{2}{3} \tan^{-1}\left(\frac{3x}{2}\right) + c$ (B) $\frac{1}{6} \tan^{-1}\left(\frac{3x}{2}\right) + c$
(C) $\frac{3}{2} \tan^{-1}\left(\frac{3x}{2}\right) + c$ (D) None of these

(vii) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^{11} x dx$ का मान है : 1

- (A) 1 (B) 0
(C) -1 (D) इनमें से कोई नहीं

The value of $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^{11} x dx$ is :

- (A) 1 (B) 0
(C) -1 (D) None of these

(viii) अवकलन समीकरण $\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2} = 5 \frac{d^2y}{dx^2}$ की घात है : 1

- (A) 1 (B) 3
(C) 2 (D) इनमें से कोई नहीं

The degree of the differential equation

$$\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2} = 5 \frac{d^2y}{dx^2} \text{ is :}$$

- (A) 1 (B) 3
(C) 2 (D) None of these

3031/ (Set : C)

P. T. O.

(8) **3031/ (Set : C)**

(ix) अवकलन समीकरण $\frac{d^4y}{dx^4} + \sin\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = 0$ की कोटि

है : 1

- (A) 2 (B) 4
(C) 1 (D) इनमें से कोई नहीं

The order of the differential equation

$\frac{d^4y}{dx^4} + \sin\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = 0$ is :

- (A) 2 (B) 4
(C) 1 (D) None of these

(x) $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j}$ का परिमाण है : 1

- (A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{13}$
(C) $\sqrt{7}$ (D) इनमें से कोई नहीं

The magnitude of $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j}$ is :

- (A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{13}$
(C) $\sqrt{7}$ (D) None of these

(xi) यदि $\vec{a} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j}$, तो $\vec{a} \cdot \vec{b}$ का मान है : 1

- (A) 5 (B) 4
(C) 1 (D) इनमें से कोई नहीं

If $\vec{a} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j}$, then $\vec{a} \cdot \vec{b}$ is :

- (A) 5 (B) 4
(C) 1 (D) None of these

3031/ (Set : C)

(9) 3031/ (Set : C)

(xii) यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$, तो $\vec{a} \times \vec{b}$ का मान है : 1

(A) $10\hat{i} + 3\hat{j} + 11\hat{k}$ (B) $10\hat{i} - 3\hat{j} + 11\hat{k}$

(C) $10\hat{i} + 3\hat{j} - 11\hat{k}$ (D) इनमें से कोई नहीं

If $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$, then the value of $\vec{a} \times \vec{b}$ is :

(A) $10\hat{i} + 3\hat{j} + 11\hat{k}$ (B) $10\hat{i} - 3\hat{j} + 11\hat{k}$

(C) $10\hat{i} + 3\hat{j} - 11\hat{k}$ (D) None of these

(xiii) एक रेखा के 1, -3, 2 के दिक्-अनुपात है, इस रेखा के दिक्-कोज्या हैं : 1

(A) $\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}, \frac{-2}{\sqrt{14}}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{-3}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}$ (D) इनमें से कोई नहीं

The direction ratios of a line are 1, -3, 2.
The direction consines of its line are :

(A) $\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}, \frac{-2}{\sqrt{14}}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{-3}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}$ (D) None of these

3031/ (Set : C)

P. T. O.

(10)

3031/ (Set : C)

(xiv) बिन्दु $(-2, 4, -5)$ से जाने वाली तथा रेखा $\frac{x+3}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+8}{6}$ के समान्तर रेखा का कार्तीय समीकरण है : 1

(A) $\frac{x+2}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+5}{6}$

(B) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{5} = \frac{z-5}{6}$

(C) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{5} = \frac{z+5}{6}$

(D) इनमें से कोई नहीं

The cartesian equation of the line which passes through the point $(-2, 4, -5)$ and parallel to the line $\frac{x+3}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+8}{6}$ is :

(A) $\frac{x+2}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+5}{6}$

(B) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{5} = \frac{z-5}{6}$

(C) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{5} = \frac{z+5}{6}$

(D) None of these

(xv) रेखा-युग्म : $\vec{r} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k})$ और $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} - 56\hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k})$ के बीच का कोण है : 1

(A) $\cos^{-1}\left(\frac{16}{5\sqrt{3}}\right)$ (B) $\cos^{-1}\left(\frac{12}{5\sqrt{3}}\right)$

(C) $\cos^{-1}\left(\frac{8}{5\sqrt{3}}\right)$ (D) इनमें से कोई नहीं

3031/ (Set : C)

(11) **3031/ (Set : C)**

The angle between the pair of lines : $\vec{r} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k})$ and $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} - 56\hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k})$ is :

(A) $\cos^{-1}\left(\frac{16}{5\sqrt{3}}\right)$ (B) $\cos^{-1}\left(\frac{12}{5\sqrt{3}}\right)$

(C) $\cos^{-1}\left(\frac{8}{5\sqrt{3}}\right)$ (D) None of these

(xvi) समतल $2x - 3y + 4z - 3 = 0$ के अभिलम्ब रेखा के दिक्-अनुपात है : 1

- (A) 2, 3, -4 (B) 2, -3, 4
(C) -2, 3, 4 (D) इनमें से कोई नहीं

The direction ratios of a line normal to the plane $2x - 3y + 4z - 3 = 0$ are :

- (A) 2, 3, -4 (B) 2, -3, 4
(C) -2, 3, 4 (D) None of these

खण्ड 'ब'

SECTION 'B'

2. दो धनात्मक संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 16 है और उनके घनों का योग न्यूनतम है। 2

Find two positive numbers whose sum is 16 and the sum of whose cubes is minimum.

3. $\int \frac{1}{1 + \cos x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

Evaluate : $\int \frac{1}{1 + \cos x} dx$.

3031/ (Set : C)

P. T. O.

4. $\int \log x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2
Evaluate : $\int \log x \, dx$.
5. $\int_{-98}^{98} (x^{99} + x^{49} + x^{19}) \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2
Evaluate : $\int_{-98}^{98} (x^{99} + x^{49} + x^{19}) \, dx$.
6. वक्र $y = x^2 - 4$, x -अक्ष एवं रेखाओं $x = 0$ और $x = 3$ से घिरे भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 2
Find the area bounded by the curve $y = x^2 - 4$, x -axis and the lines $x = 0$ and $x = 3$.
7. वक्रों के कुल $y = Ae^{3x} + Be^{4x}$ का अवकलन समीकरण ज्ञात कीजिए। 2
Find the differential equation of the curves : $y = Ae^{3x} + Be^{4x}$.
8. सदिश $\vec{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ की दिशा में इकाई सदिश ज्ञात कीजिए। 2
Find a unit vector in the direction of vector $\vec{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$.
9. समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए, जो मूल बिन्दु से 4 इकाई दूरी पर है और सदिश $2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$ पर लम्ब है। 2
Find the vector equation of a plane which is at a distance of 4 units from the origin and which is normal to the vector $2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$.

(13) **3031/ (Set : C)**

10. निम्नलिखित रेखा और समतल के बीच का कोण ज्ञात कीजिए : 2

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y+7}{6} = \frac{z-3}{1}; 3x+6y+z=9$$

Find the angle between the following line and plane :

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y+7}{6} = \frac{z-3}{1}; 3x+6y+z=9$$

11. समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो स्थिति सदिश $2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ से गुजरता है और सदिश $4\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ पर लम्ब है। 2

Find the vector equation of the plane passing through the point having position vector $2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and perpendicular to the vector $4\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$.

खण्ड 'स'

SECTION 'C'

12. सिद्ध कीजिए कि दी हुई वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल और महत्तम आयतन वाले लम्ब वृत्तीय शंकु का अर्द्ध शीर्ष कोण $\sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ होता है। 4

Show that the semi-vertical angle of a right circular cone of given surface area and maximum volume is $\sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$.

13. $\int \frac{x^2+4}{x^4+16} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 4

Evaluate : $\int \frac{x^2+4}{x^4+16} dx$.

3031/ (Set : C)

P. T. O.

14. वक्र $y^2 = 2y - x$ और y -अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 4

Find the area bounded by the curve $y^2 = 2y - x$ and the y -axis.

15. हल कीजिए : 4

$$\left(x \cos \frac{y}{x} + y \sin \frac{y}{x} \right) y - \left(y \sin \frac{y}{x} - x \cos \frac{y}{x} \right) x \frac{dy}{dx} = 0$$

Solve :

$$\left(x \cos \frac{y}{x} + y \sin \frac{y}{x} \right) y - \left(y \sin \frac{y}{x} - x \cos \frac{y}{x} \right) x \frac{dy}{dx} = 0$$

16. ग्राफीय विधि से निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए : 4

$$\text{न्यूनतम } z = 200x + 500y$$

निम्न अवरोधों के अन्तर्गत

$$x + 2y \geq 10; 3x + 4y \leq 24; x \geq 0; y \geq 0$$

Solve graphically, the following linear programming problem :

$$\text{Minimize } z = 200x + 500y$$

Subject to the constraints

$$x + 2y \geq 10; 3x + 4y \leq 24; x \geq 0; y \geq 0.$$

खण्ड 'द'

SECTION 'D'

17. वक्र $x^2 = 4y$ एवं रेखा $x = 4y - 2$ से घिरे क्षेत्र का रेखाचित्र खींचिए और क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 6

Draw the sketch of the region bounded by the curve $x^2 = 4y$ and the line $x = 4y - 2$ and determine its area.

18. यदि \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} त्रिभुज के क्रमशः शीर्ष A, B, C के स्थिति सदिश हैं, तो सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज ABC का सदिश क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} [\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}]$ है। 6

If \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} are the position vectors of the vertices A, B, C respectively of a triangle, then prove that vector area of triangle ABC

$$= \frac{1}{2} [\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}].$$

19. $\frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{1}$ और $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+2}{2}$ रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 6

Find the shortest distance between the lines :

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{1} \text{ and } \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+2}{2}.$$

अथवा

OR

$3x - 2y - z - 9 = 0$ समतल में बिन्दु $(2, -1, 3)$ के प्रतिबिम्ब (Image) के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

Find the co-ordinates of the image of the point $(2, -1, 3)$ in the plane $3x - 2y - z - 9 = 0$.

20. एक हवाई जहाज अधिकतम 200 यात्रियों को यात्रा करा सकता है। प्रत्येक प्रथम श्रेणी के टिकट पर 1000 रु० और सस्ते श्रेणी के टिकट पर 600 रु० का लाभ कमाया जा सकता है। एयरलाइन कम से कम 20 सीटें प्रथम श्रेणी के लिए आरक्षित करती है। तथापि प्रथम श्रेणी की अपेक्षा कम से कम 4 गुने यात्री सस्ती श्रेणी के टिकट पर यात्रा करने की वरीयता देते हैं। ज्ञात कीजिए कि प्रत्येक प्रकार के कितने-कितने टिकट बेचे जाएँ ताकि लाभ का अधिकतमीकरण हो। अधिकतम लाभ कितना है ? 6

An aeroplane can carry a maximum of 200 passengers. A profit of Rs. 1,000 is made on each executive class ticket and a profit of Rs. 600 is made on each economy class ticket. The airline reserves at least 20 seats for executive class. However, at least 4 times as many passengers prefer to travel by economy class than by the executive class. Determine how many tickets of each type must be sold in order to maximize the profit for the airline. What is the maximum profit ?

