

CLASS : 12th (Sr. Secondary)

Code No. 231

Series : SS/Annual-2023

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

SET : B

गणित

MATHEMATICS

[Hindi and English Medium]

ACADEMIC/OPEN

(Only for Fresh/Re-appear/Improvement/Additional Candidates)

Time allowed : 3 hours]

[Maximum Marks : 80

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 16 तथा प्रश्न 35 हैं।
Please make sure that the printed pages in this question paper are 16 in number and it contains 35 questions.

- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिये गये कोड नम्बर तथा सेट को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख्य-पृष्ठ पर लिखें।
The Code No. and Set on the right side of the question paper should be written by the candidate on the front page of the answer-book.
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
Before beginning to answer a question, its Serial Number must be written.
- उत्तर-पुस्तिका के बीच में खाली पन्ना/पन्ने न छोड़ें।
Don't leave blank page/pages in your answer-book.
- उत्तर-पुस्तिका के अतिरिक्त कोई अन्य शीट नहीं मिलेगी। अतः आवश्यकतानुसार ही लिखें और लिखा उत्तर न काटें।
Except answer-book, no extra sheet will be given. Write to the point and do not strike the written answer.

231/(Set : B)

P. T. O.

(2)

231/(Set : B)

- परीक्षार्थी अपना रोल नं० प्रश्न-पत्र पर अवश्य लिखें। रोल नं० के अतिरिक्त प्रश्न-पत्र पर अन्य कुछ भी न लिखें और वैकल्पिक प्रश्नों के उत्तरों पर किसी प्रकार का निशान न लगाएँ।

Candidates must write their Roll No. on the question paper. Except Roll No. do not write anything on question paper and don't make any mark on answers of objective type questions.

- कृपया प्रश्नों के उत्तर देने से पूर्व यह सुनिश्चित कर लें कि प्रश्न-पत्र पूर्ण व सही है, परीक्षा के उपरान्त इस सम्बन्ध में कोई भी दावा स्वीकार नहीं किया जायेगा।

Before answering the questions, ensure that you have been supplied the correct and complete question paper, **no claim in this regard, will be entertained after examination.**

सामान्य निर्देश :

(i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(ii) इस प्रश्न-पत्र में कुल 35 प्रश्न हैं, जो कि चार खण्डों : 'अ', 'ब', 'स' एवं 'द' में बाँटे गए हैं :

खण्ड 'अ' : इस खण्ड में प्रश्न संख्या 1 से 16 तक कुल सोलह प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

खण्ड 'ब' : इस खण्ड में प्रश्न संख्या 17 से 26 तक कुल दस प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

खण्ड 'स' : इस खण्ड में प्रश्न संख्या 27 से 31 तक कुल पाँच प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।

खण्ड 'द' : इस खण्ड में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक कुल चार प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।

(iii) खण्ड-द के दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं। आपको प्रत्येक में से एक विकल्प करना है।

231/(Set : B)

General Instructions :

- (i) **All questions are compulsory.**
- (ii) This question paper consists of **35** questions, which are divided into **four** Sections : '**A**', '**B**', '**C**' and '**D**' :
- Section 'A'** : It contains **16** questions from **1** to **16**. Each question carries 1 mark.
- Section 'B'** : It contains **10** questions from **17** to **26**. Each question carries 2 marks.
- Section 'C'** : It contains **5** questions from **27** to **31**. Each question carries 4 marks.
- Section 'D'** : It contains **4** questions from **32** to **35**. Each question carries 6 marks.
- (iii) Internal choices are given in **two** questions of Section-**D**. You have to attempt **one** from each.

खण्ड – अ**SECTION – A**

1. यदि $A = R - \{4\}$, $B = R - \{1\}$ और $f(x) = \frac{x-3}{x-4}$, तो $f: A \rightarrow B$ है : 1
- (A) एकैकी और आच्छादक
- (B) एकैकी पर आच्छादक नहीं
- (C) बहुएकी और आच्छादक
- (D) बहुएकी पर आच्छादक नहीं

(4)

If $A = \mathbb{R} - \{4\}$, $B = \mathbb{R} - \{1\}$ and $f(x) = \frac{x-3}{x-4}$, then $f: A \rightarrow B$ is :

- (A) One-one, onto
 (B) One-one, into
 (C) Many-one, onto
 (D) Many-one, into

2. $\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \tan^{-1}\sqrt{3}$ का मुख्य मान है :

1

- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{6}$
 (C) π (D) $\frac{7\pi}{6}$

The principal value of $\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \tan^{-1}\sqrt{3}$ is :

- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{6}$
 (C) π (D) $\frac{7\pi}{6}$

3. यदि $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ और $A + A' = I$, तो α का मान है :

1

- (A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$
 (C) π (D) $\frac{3\pi}{2}$

(5)

231/(Set : B)

If $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ and $A + A' = I$, then the value of α is :

(A) $\frac{\pi}{6}$

(B) $\frac{\pi}{3}$

(C) π

(D) $\frac{3\pi}{2}$

4. यदि $|A| = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ -2 & 0 & 4 \\ 3 & -4 & 0 \end{vmatrix}$, तो $|A|$ का मान ज्ञात कीजिए।

1

If $|A| = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ -2 & 0 & 4 \\ 3 & -4 & 0 \end{vmatrix}$, then find the value of $|A|$.

5. यदि $f(x) = \begin{cases} kx + 1 & , \quad x \leq \pi \\ \cos x & , \quad x > \pi \end{cases}$ एक $x = \pi$ पर सतत फलन है, तो k का मान है :

1

(A) $\frac{1}{\pi}$

(B) $\frac{2}{\pi}$

(C) $-\frac{2}{\pi}$

(D) परिभाषित नहीं

231/(Set : B)

P. T. O.

(6)

231/(Set : B)

If $f(x) = \begin{cases} kx + 1 & , \quad x \leq \pi \\ \cos x & , \quad x > \pi \end{cases}$ is continuous at $x = \pi$, then the value of k is :

(A) $\frac{1}{\pi}$

(B) $\frac{2}{\pi}$

(C) $-\frac{2}{\pi}$

(D) Not defined

6. एक वृत्त की त्रिज्या 0.7 cm/sec की दर से बढ़ रही है। जब उसकी त्रिज्या $r = 3$ है, तो उसकी परिधि के बढ़ने की दर है : 1

(A) 4.4 cm/sec

(B) 0.7 cm/sec

(C) 3 cm/sec

(D) इनमें से कोई नहीं

Radius of a circle is increasing at the rate of 0.7 cm/sec. The rate of change of its perimeter (circumference) at $r = 3$ is :

(A) 4.4 cm/sec

(B) 0.7 cm/sec

(C) 3 cm/sec

(D) None of these

7. वृत्त $x^2 + y^2 = 25$ के बिन्दु $(5 \cos \theta, 5 \sin \theta)$ पर स्पर्शरेखा की प्रवणता (Slope) है : 1

(A) $\tan \theta$

(B) $-\tan \theta$

(C) $\cot \theta$

(D) $-\cot \theta$

231/(Set : B)

(7)

231/(Set : B)

The slope of tangent to the curve $x^2 + y^2 = 25$ at the point $(5 \cos \theta, 5 \sin \theta)$ is :

- (A) $\tan \theta$ (B) $-\tan \theta$
 (C) $\cot \theta$ (D) $-\cot \theta$

8. $\int \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} dx$ का मान है :

1

- (A) $\tan x - \sec x + c$ (B) $\frac{x + \cos x}{\sin^2 x} + c$
 (C) $\sec x + \tan x + c$ (D) इनमें से कोई नहीं

$\int \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} dx$ is :

- (A) $\tan x - \sec x + c$ (B) $\frac{x + \cos x}{\sin^2 x} + c$
 (C) $\sec x + \tan x + c$ (D) None of these

9. मान ज्ञात कीजिए :

1

$$\int x \sec^2 x dx$$

Evaluate :

$$\int x \sec^2 x dx$$

10. परवलय $y^2 = 4ax$, (जहाँ a एक स्वेच्छक चर है) के परिवार का अवकल समीकरण है :

1

- (A) $x^2 - 2xy \frac{dy}{dx} = 0$ (B) $y^2 - 2xy \frac{dy}{dx} = 0$
 (C) $x^2 + 2xy \frac{dy}{dx} = 0$ (D) $y^2 + 2xy \frac{dy}{dx} = 0$

231/(Set : B)

P. T. O.

(8)

231/(Set : B)

The differential equation representing the family of parabolas $y^2 = 4ax$ (where a is arbitrary) is :

(A) $x^2 - 2xy \frac{dy}{dx} = 0$

(B) $y^2 - 2xy \frac{dy}{dx} = 0$

(C) $x^2 + 2xy \frac{dy}{dx} = 0$

(D) $y^2 + 2xy \frac{dy}{dx} = 0$

11. अवकल समीकरण $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} = 1 + y^2$ का सामान्य हल है :

1

(A) $x + y = c(1 - xy)$

(B) $x + y = c(1 + xy)$

(C) $\tan^{-1} y = \tan^{-1} x + c$

(D) $\log(1 + x^2) = \log(1 + y^2) + c$

General solution of the differential equation $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} = 1 + y^2$ is :

(A) $x + y = c(1 - xy)$

(B) $x + y = c(1 + xy)$

(C) $\tan^{-1} y = \tan^{-1} x + c$

(D) $\log(1 + x^2) = \log(1 + y^2) + c$

12. यदि $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$, $P(A \cup B) = \frac{12}{13}$ तो $P(A/B)$ का मान ज्ञात कीजिए।

1

If $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$, $P(A \cup B) = \frac{12}{13}$, find $P(A/B)$.

13. एक न्याय्य सिक्के को 10 बार फेंकने पर 6 बार चित (Head) आने की प्रायिकता ज्ञात करें।

1

A fair coin is tossed 10 times. Find the probability of getting 6 heads.

231/(Set : B)

14. एक सिक्के के दो बार फेंकने पर चित (Head) की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। 1

Find the probability distribution of number of heads in two tosses of a coin.

15. सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ की दिशा में इकाई सदिश है : 1

(A) $\frac{2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}}{-1}$

(B) $\frac{2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}}{7}$

(C) $\frac{2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}}{49}$

(D) इनमें से कोई नहीं

The unit vector in the direction of vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ is :

(A) $\frac{2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}}{-1}$

(B) $\frac{2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}}{7}$

(C) $\frac{2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}}{49}$

(D) None of these

(10)

231/(Set : B)

16. रेखाओं $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{4}$ और $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{-3}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 1

Find the angle between the lines $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{4}$ and $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{-3}$.

खण्ड - ब

SECTION - B

17. यदि $f: R \rightarrow R, f(x) = (8 - x^3)^{\frac{1}{3}}$, तो $f^{-1}(x)$ ज्ञात कीजिए। 2

If $f: R \rightarrow R, f(x) = (8 - x^3)^{\frac{1}{3}}$, then find $f^{-1}(x)$.

18. दर्शाए कि : 2

$$\tan^{-1}\left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}\right) = \frac{\pi}{4} - x, \quad x < \pi$$

Show that :

$$\tan^{-1}\left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}\right) = \frac{\pi}{4} - x, \quad x < \pi$$

19. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, तो AB ज्ञात कीजिए। 2

231/(Set : B)

(11)

231/(Set : B)

If $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, then find AB .

20. सिद्ध कीजिए :

2

$$\begin{vmatrix} 1+a^2 & a^2 & a^2 \\ b^2 & 1+b^2 & b^2 \\ c^2 & c^2 & 1+c^2 \end{vmatrix} = 1+a^2+b^2+c^2$$

Prove that :

$$\begin{vmatrix} 1+a^2 & a^2 & a^2 \\ b^2 & 1+b^2 & b^2 \\ c^2 & c^2 & 1+c^2 \end{vmatrix} = 1+a^2+b^2+c^2$$

21. $(\log x)^{\cos x}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

2

Differentiate $(\log x)^{\cos x}$ with respect to x .

22. यदि $y = \sec^{-1}\left(\frac{1}{2x^2-1}\right)$, $0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

2

If $y = \sec^{-1}\left(\frac{1}{2x^2-1}\right)$, $0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$, then find $\frac{dy}{dx}$.

23. मान ज्ञात कीजिए :

2

$$\int \frac{\sin x}{1 + \cos x} dx$$

231/(Set : B)

P. T. O.

(12)

231/(Set : B)

Evaluate :

$$\int \frac{\sin x}{1 + \cos x} dx$$

24. मान ज्ञात कीजिए :

2

$$\int_0^5 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{5-x}} dx$$

Evaluate :

$$\int_0^5 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{5-x}} dx$$

25. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$ को हल कीजिए।

2

Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$.

26. यदि X का बारंबारता बंटन निम्नलिखित है :

2

$$P(X = x) = \begin{cases} 0.16 & , & x = 0 \\ kx & , & x = 1 \text{ या } 2 \\ k(5-x) & , & x = 3 \text{ या } 4 \\ 0 & & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

तो k का मान और $P(X > 2)$ ज्ञात कीजिए।

The probability distribution of X is :

$$P(X = x) = \begin{cases} 0.16 & , & x = 0 \\ kx & , & x = 1 \text{ or } 2 \\ k(5-x) & , & x = 3 \text{ or } 4 \\ 0 & & \text{otherwise} \end{cases}$$

Find k and $P(X > 2)$.

231/(Set : B)

खण्ड – स
SECTION – C

27. समीकरण $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$ को हल कीजिए। 4

Solve the equation $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$.

28. फलन $f(x) = x^2 + 2x - 8$, अंतराल $[-4, 2]$ पर रोले प्रमेय का सत्यापन कीजिए। 4

Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^2 + 2x - 8$ on the interval $[-4, 2]$.

29. बिन्दु $(0, 3)$ से परवलय $x^2 = y$ की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 4

Find the minimum distance of the point $(0, 3)$ from the parabola $x^2 = y$.

30. 'A' के सत्य बोलने की प्रायिकता $\frac{4}{5}$ है। 'A' एक सिक्का उछालता है और उस पर चित (Head) आना बताता है। सिक्के पर वास्तव में चित आने की प्रायिकता बताइए। 4

The probability that 'A' speaks truth is $\frac{4}{5}$. A coin is tossed. 'A' reports that a head appears. Find the probability that there was head actually.

31. बिन्दुओं $A(1, 1, 2)$, $B(2, 3, 5)$ और $C(1, 5, 5)$ को मिलाने से बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 4

Find the area of the triangle with vertices $A(1, 1, 2)$, $B(2, 3, 5)$ and $C(1, 5, 5)$.

SECTION – D

32. निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए :

6

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

$$3x - 2y + 3z = 8$$

Solve the following system of equations by matrix method :

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

$$3x - 2y + 3z = 8$$

अथवा

OR

सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} (y+z)^2 & xy & xz \\ xy & (x+z)^2 & yz \\ xz & yz & (x+y)^2 \end{vmatrix} = 2xyz(x+y+z)^3$$

Prove that :

$$\begin{vmatrix} (y+z)^2 & xy & xz \\ xy & (x+z)^2 & yz \\ xz & yz & (x+y)^2 \end{vmatrix} = 2xyz(x+y+z)^3$$

33. वृत्तों $x^2 + y^2 = 9$ और $(x-3)^2 + y^2 = 9$ के बीच के क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 6

Find the area of the region enclosed between the circles $x^2 + y^2 = 9$ and $(x-3)^2 + y^2 = 9$.

अथवा

OR

निम्नलिखित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

$$\{(x, y) : y \geq x^2 \text{ और } y \leq |x|\}$$

Find the area of the region :

$$\{(x, y) : y \geq x^2 \text{ and } y \leq |x|\}$$

34. रेखाओं $\frac{x-8}{3} = \frac{y+19}{-16} = \frac{z-10}{7}$ और $\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{-5}$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 6

Find the shortest distance between the lines $\frac{x-8}{3} = \frac{y+19}{-16} = \frac{z-10}{7}$ and $\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{-5}$.

35. दो प्रकार F_1 और F_2 उर्वरक हैं। उर्वरक F_1 में 10% नाइट्रोजन और 6% फॉस्फोरिक अम्ल और F_2 में 5% नाइट्रोजन 10% फॉस्फोरिक अम्ल है। एक किसान को अपनी भूमि में अच्छी फसल के लिए 14 kg नाइट्रोजन और 14 kg फॉस्फोरिक अम्ल की आवश्यकता है। F_1 की कीमत 6 Rs/kg और F_2 की कीमत 5 Rs/kg है। प्रत्येक प्रकार के दोनों उर्वरक कितनी मात्रा में मिलायें कि न्यूनतम मूल्य में पोषक तत्वों की आवश्यकता पूर्ति हो। न्यूनतम मूल्य भी ज्ञात कीजिए। 6

(16)

231/(Set : B)

There are two types of fertilizers F_1 and F_2 . F_1 consists of 10% nitrogen and 6% phosphoric acid and F_2 consists of 5% nitrogen 10% phosphoric acid. Soil of a farmer needs at least 14 kg of nitrogen and 14 kg of phosphoric acid for a good crop. F_1 costs Rs. 6/kg and F_2 costs Rs. 5/kg. Find much of each type of fertilizer should be used to meet the nutrient requirements in a minimum cost. Find the minimum cost.



231/(Set : B)